دانشگاه خلیج فارس

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد در رشته
مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته های مخروطی ناقص مدرج تقویت شده با پلاکت های گرافنی تحت بارگذاری ترمو- مکانیکی بر اساس تئوری لورد- شولمن

دانشجو

بهرام رضائی

استاد راهنما

دکتر یاسین حیدرپور

دکتر سید احسان حبیبی

استاد مشاور

دکتر پرویز ملکزاده

خرداد ماه ۱۴۰۲

به نام خدا

تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته های مخروطی ناقص مدرج تقویت شده با پلاکت های گرافنی تحت بارگذاری ترمو- مکانیکی بر اساس تئوری لورد- شولمن

از سوی

بهرام رضائی

پایان‌نامه

ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی از فعالیت‌های آموزشی و پژوهشی بایسته برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته

مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

از دانشگاه خلیج فارس

بوشهر، جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده به وسیله گروه ارزیابان پایان‌نامه با درجه عالی

دکتر	یاسین حیدرپور	استادیار	طراحی کاربردی
دکتر	سید احسان حبیبی	استادیار	طراحی کاربردی
دکتر	پرویز ملک زاده	استاد	طراحی کاربردی
دکتر	سعیدرضا محب‌پور	دانشیار	طراحی کاربردی
دکتر	محمدرضا گلبهار حقیقی	دانشیار	طراحی کاربردی

خرداد ماه ۱۴۰۲

سپاسگزاری

سپاس و ستایش مر خدای را جل و جلاله که آثار قدرت او بر چهره روز روشن، تابان است و انوار حکمت او در دل شب تار، درفشان. آفریدگاری که خویشتن را به ما شناساند و درهای علم را بر ما گشود و عمری و فرصتی عطا فرمود تا بدان، بنده ضعیف خویش را در طریق علم و معرفت بیازماید. در آغاز از اساتید بزرگوار جناب آقای دکتر یاسین حیدرپور و جناب آقای دکتر سید احسان حبیبی که به عنوان اساتید راهنما در مراحل مختلف این پایان نامه همواره با سعه صدر و گشاده رویی در کنار من بودند تشکر و قدردانی می نمایم. همچنین از استاد فرزانه جناب آقای دکتر پرویز ملک زاده که به عنوان استاد مشاور در مراحل مختلف این پایان نامه و در طول مدت تحصیل از راهنمایی های اخلاقی و علمی ایشان بهره جسته ام تشکر و قدردانی می نمایم. در پایان این پایان نامه را به برترین های زندگیم تقدیم می کنم.

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم که الفبای انسانیت و چگونه زیستن را به من آموختند.

بهرام رضائی

بوشهر، ۹ خرداد ماه ۱۴۰۲

تعهدنامه

اینجانب **بهرام رضائی** به شماره دانشجویی ۹۸۰۳۹۶۱۰۱ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی مکانیک** گرایش **طراحی کاربردی** تایید می‌نمایم که این پایان‌نامه برایند کار پژوهشی اینجانب و بدون هر گونه دخل و تصرف است. هر گونه نسخه برداری و استفاده از پژوهش، مقاله، کتاب و آثار دیگران را با ارجاع کامل و با بیان منبع در بخش منابع آورده‌ام. چنانچه خلاف این موضوع اثبات شود، به تشخیص دانشگاه خلیج فارس و بر اساس ضوابط و مقررات حاکم (قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفان، قانون ترجمه و تکثیر کتب و نشریات و آثار صوتی، ضوابط و مقررات آموزشی، پژوهشی و انضباطی ...) با اینجانب رفتار خواهد شد و حق هر گونه اعتراض در باره احقاق حقوق مکتسب و تشخیص و تعیین تخلف و مجازات را از خویش سلب می‌نمایم. همچنین، مسئولیت هر گونه پاسخگویی به اشخاص حقیقی و حقوقی و مراجع اداری و قضایی به عهده‌ی اینجانب خواهد بود و دانشگاه خلیج فارس هیچگونه مسئولیتی در این باره نخواهد داشت.

تاریخ: ۱۴۰۲/۳/ ۹

امضا:

چکیده

تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته های مخروطی ناقص مدرج تقویت شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری ترمو- مکانیکی بر اساس تئوری لورد- شولمن

به وسیله

بهرام رضائی

در این پایان‌نامه تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی- مکانیکی براساس تئوری لورد- شولمن مورد بررسی قرار گرفته‌است. پوسته‌های مخروطی ناقص چندلایه به دلیل تغییرات لایه‌لایه‌ی خواص مواد در جهت ضخامت به مجموعه‌ای از پوسته‌های نانو کامپوزیت هم محور تجزیه شده‌است. توزیع دما، مولفه‌های جابجایی، تنش‌های مکانیکی و حرارتی مورد بررسی قرار گرفته‌است. در گام نخست، معادلات‌حاکم و شرایط مرزی و سازگاری مربوط که شامل اثرات تنش‌های حرارتی و مکانیکی می‌باشند با استفاده از معادلات بقای انرژی لورد- شولمن و معادلات حرکت استخراج گردیده‌است. جهت گسسته‌سازی معادلات حاکم و شرایط مرزی و سازگاری مربوط، روش کارآمد و دقیق دیفرانسیل‌کوادریچر در بعد مکان و روش نیومارک در بعد زمان مورد استفاده قرار گرفته‌است. خواص موثر الاستیک پوسته با استفاده از مدل میکرومکانیکی تعمیم‌یافته هالپین- تسای تخمین زده شده‌است. همچنین برای بدست-آوردن سایر خواص مادی از قانون مخلوط‌ها استفاده شده‌است. به جز یک مورد (بررسی شرایط مرزی کلاسیک)، شرایط مرزی گیردار روی سطوح تحتانی و فوقانی در نظر گرفته شده‌است. همگرایی سریع این روش برای تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی به صورت عددی نشان داده شده‌است. در پایان مطالعه، اثر الگوهای مختلف توزیع پلاکت‌های گرافنی و نسبت ابعاد و همچنین تاثیر پارامترهای هندسی بر رفتار ترموالاستیک پوسته بررسی گردیده‌است. همچنین نشان داده شد که افزودن مقدار کمی از پلاکت‌گرافنی در زمینه پلیمری به طور قابل توجهی سرعت موج حرارت را افزایش و جابجایی شعاعی را کاهش می‌دهد.

واژگان کلیدی: *ترمو الاستیک، پوسته مخروطی ناقص، مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی*

بارگذاری ترمو – مکانیکی ، تئوری لورد - شولمن

فهرست مطالب

فصل یکم: چارچوب پژوهش ۱

۱-۱.مقدمه ۲

۱-۲. تاریخچه ۳

۱-۳. تعریف موضوع پژوهش ۴

۱-۴. هدف‌های پژوهش ۴

۱-۵. روش انجام پژوهش ۴

۱-۶. اهمیت پژوهش ۴

۱-۷. محدودیت‌های پژوهش ۵

۱-۸. تعریف واژگان ۵

۱-۸-۱. عنوان بخش دوم ۵

عنوان بخش سوم ۵

عنوان بخش چهارم ۵

عنوان بخش پنجم ۶

فصل دوم: پیشینه پژوهش ۷

۲-۱. مقدمه ۸

۲-۲. مروری بر تئوری های مختلف مورد استفاده در تحلیل پوسته‌ها ۸

۲-۳.پوسته‌های استوانه ای ، کروی و دیسکها ۹

۲-۴. پوسته‌های مخروطی ۱۲

فصل سوم: روش‌شناسی پژوهش ۱۵

۳-۱. مقدمه ۱۶

۳-۲. مشخصات هندسی پوسته‌های مخروطی ۱۶

۳-۳. خواص مواد موثر لایه‌های تقویت شده با پلاکت‌های گرافنی ۱۶

۳-۴. تحلیل ترموالاستیک ۲۰

۳-٤-۱ . روابط کرنش- جابجایی ۲۰

۳-٤-۲ .روابط تنش- کرنش ۲۰

۳-٤-۳ . معادله بقای انرژی لورد- شولمن ۲۱

۳-٤-٤. معادلات حرکت ۲۱
۳-٤-٥. شرایط مرزی، سازگاری و اولیه حرارتی ۲۲
۳-٤-٦ . شرایط مرزی، سازگاری و اولیه مکانیکی ۲۳
۳-۵. روش دیفرانسیل کوادریچر ۲۵
۳-۶. تبدیل دامنه ۲۶
۳-۷. حل معادلات حاکم ۲۹
۳-۷-۱ . حل معادله بقای انرژی لورد – شولمن ۲۹
۳-۷-۲ . حل معادلات حرکت ۲۹
۳-۷-۳ . حل شرایط مرزی و سازگاری حرارتی ۳۰
۳-۷-٤ . حل شرایط مرزی و سازگاری مکانیکی ۳۱
فصل چهارم: یافته‌های پژوهش ۳۸
۴-۱. مقدمه ۳۹
۴-۲. بررسی همگرایی ۳۹
۴-۳. صحت سنجی ۴۴
۴-۴. مطالعات پارامتری ۴۷
فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادها ۶۸
۵-۱. مقدمه ۶۹
۵-۲. پیشنهادها ۷۰
منابع ۷۱
پیوست‌ها ۷۷

فهرست جدول‌ها

جدول ۴-۱: مشخصات مواد اپوکسی و پلاکت‌های گرافنی.....۴۴
جدول ۴-۲: مقایسه نرخ همگرایی و زمان مورد نیاز CPU در روش نیومارک و روش نربز

$[W_{GPL} = 0.3\%, \beta = 15°, UD - type, \tau = 0.02, \Omega = 400\ Rad/s, F_O = 0.5, \eta = 0.5]$ ۴۶

فهرست شکل‌ها

شکل۳-۱: مشخصات شکل هندسی و مختصات پوسته مخروطی.....۱۶

شکل ۳-۲(الف-د): الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی.....۱۷

شکل۳-۳ (الف) و (ب): دامنه فیزیکی و دامنه محاسباتی.....۲۷

شکل۴-۱: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه در امتداد جهت شعاعی $[\tau = 0.02, W_{GPL}=0.3\%, X-type, \beta = 15°$ $F_O = 0.2, N\eta=11, \eta = 0.5, P_i = 50MPa]$.....۴۰

شکل۴-۲: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه درامتداد جهت محوری $[W_{GPL}=0.3\%, X-type, \beta = 15°, N_\xi^e = 7$ $P_i = 50MPa\ ,\ \tau = 0.02, \eta = 0.5, F_O = 0.2]$.....۴۱

شکل۴-۳: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه در امتداد جهت شعاعی $[W_{GPL}=0.3\%, UD-type, \beta = 15°]$ $F_O = 0.2, N\eta=11, \tau = 0.02, \eta = 0.5, P_i = 50MPa]$.....۴۲

شکل۴-۴: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه در امتداد جهت محوری $[W_{GPL}=0.3\%, UD-type, \beta = 15°, N_\xi^e = 7]$ $F_O = 0.2, \eta = 0.5, P_i = 50MPa, \tau = 0.02]$.....۴۳

شکل ۴-۵: مقایسه نتایج برای پوسته مخروطی ناقص دوار گیردار تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی در راستای ضخامت $[UD-type, \beta = 15°, \eta = 0.5]$ $W_{GPL} = 0.3\%,\ \tau = 0.02, \Omega = 400\ Rad/s, F_O = 0.2]$.....۴۵

شکل ۴-۶: اثر الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت $[\beta = 15°, \eta = 0.5, \tau = 0.02, W_{GPL}=0.3\%]$ $F_0 = 0.2, P_i = 50MPa]$.....۴۸

شکل ۴-۷: اثر الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکتهای‌گرافنی بر حسب تاریخچه زمان بدون بعد $[\beta = 15°, \eta = 0.5]$ $\tau = 0.02, \varsigma = 0.5, W_{GPL} = 0.3\%, P_i = 50MPa]$.....۴۹

شکل۴-۸ (الف)_(ت): اثر تاخیر زمانی در راستای ضخامت و تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3% $\beta = 15°, \eta = 0.5 , P_i = 50MPa, \varsigma = 0.5, O - type$] ۵۱

شکل۴-۹: اثرکسر وزنی پلاکتهای‌گرافنی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکتهای‌گرافنی [$P_i = 50MPa, \beta = 15°, \eta = 0.5, \tau = 0.02$ $UD - type, F_O = 0.2$]..... ۵۳

شکل۴-۱۰: اثر کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی بر حسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [$P_i = 50MPa, \beta = 15°, \eta = 0.5$ $\tau = 0.02, UD - type, \varsigma = 0.5$]..... ۵۴

شکل۴-۱۱: اثر نسبت طول به عرض پلاکت‌های گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت [W_{GPL}=0.3%, $O - type, \beta = 15°$] $P_i = 50MPa, \eta = 0.5, \tau = 0.02, F_O = 0.2$]..... ۵۶

شکل۴-۱۲: اثر نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت [W_{GPL}=0.3%, $O - type, \beta = 15°$] $P_i = 50MPa, \eta = 0.5, \tau = 0.02, F_O = 0.2$]..... ۵۷

شکل۴-۱۳: اثر نسبت طول به عرض پلاکت‌های‌گرافنی برحسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [$P_i = 50MPa$ $\beta = 15°, \eta = 0.5, \tau = 0.02, O - type, \varsigma = 0.5, W_{GPL} = 0.3\%$] ۵۸

شکل ۴-۱۴: اثر نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی برحسب تاریخچه زمان بدون‌بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [$P_i = 50MPa, \beta = 15°$ $O - type, \varsigma = 0.5, W_{GPL} = 0.3\% , \eta = 0.5, \tau = 0.02$] ۵۹

شکل۴-۱۵: اثر زاویه نیم‌راس در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $V - type, P_i = 50MPa, F_O = 0.2, \tau = 0.02$ $\eta = 0.5$]..... ۶۱

شکل۴-۱۶: تاثیر نسبت ضخامت به شعاعی میانی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $V - type, \beta = 15°$] $P_i = 50MPa, F_O = 0.2, \eta = 0.5, \tau = 0.02$]..... ۶۲

شکل۴-۱۷: تاثیر نسبت طول به شعاعی میانی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $V-type, \beta = 15°, P_i = 50MPa$, $F_O = 0.2, \eta = 0.5, \tau = 0.02$] ۶۳

شکل۴-۱۸: تاثیر شرایط مرزی در راستای ضخامت برای پوسته مخروط ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $UD-type, \beta = 15°, P_i = 50MPa, \tau = 0.02$, $F_O = 0.2$ و $\eta = 0.5$] ۶۴

شکل ۴-۱۹: تاثیر بارگذاری مکانیکی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%,$UD-type, \tau = 0.02$, $F_O = 0.2, \eta = 0.5$] ۶۶

شکل۴-۲۰: تاثیر بارگذاری مکانیکی برحسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $UD-type$, $\eta = 0.5, \beta = 15°, \tau = 0.02, \varsigma = 0.5$] ۶۷

فهرست نشانه‌ها و سرواژه‌ها

شعاع میانی پوسته در نصف ارتفاع	R_m	ضرایب وزن مشتق مرتبه اول دیفرانسیل در	A_{ij}^{α}
شرایط مرزی ساده	S	راستای α $(\alpha = \xi, \eta)$	
زمان	t	ضرایب وزن مشتق مرتبه دوم دیفرانسیل در	B_{ij}^{α}
د ما	T	راستای α $(\alpha = \xi, \eta)$	
دمای محیط بیرونی پوسته	R_∞	ظرفیت گرمایی ویژه	c
مؤلفه جابجایی در راستای r	u	شرایط مرزی گیردار	C
مؤلفه جابجایی در راستای z	w	مدول الاستیسیته	E
ضریب انبساط حرارتی	α	شرایط مرزی آزاد	F
تاخیر زمانی	τ	مدول برشی	G
مؤلفه جابجایی در راستای ξ	ξ	ضخامت	h
مؤلفه جابجایی در راستای η	η	ضریب انتقال حرارت جابجایی	h_c
نیم زاویه رأس	β	ضریب هدایت حرارتی	k
اختلاف دما	ΔT	طول پوسته در راستای نصف النهاری	L
مؤلفه های عمودی تنسور کرنش	ε	مولفه بردار نرمال سطح بر راستای r	n_r
مولفه های برشی تنسور کرنش	γ	مؤلفه بردار نرمال سطح در راستای z	n_z
کلوین	K	تعداد گره ها در راستای ξ	N_ξ
نسبت پوآسون	υ	تعداد گره ها در راستای η	N_η
چگالی حجمی	ρ	بار مکانیکی	P_i
مؤلفه های تنسور تنش	σ_{ij}	متغیر مکانی در راستای r	r
سرعت زاویه ای	Ω	شعاع داخلی	R_i
ماتریس ذخیره انرژی	[C]	شعاع داخلی فوقانی پوسته	R_1
ماتریس سفتی	[K]	شعاع داخلی تحتانی پوسته	R_2

ماتریس جرم [M]

فصل یکم: چارچوب پژوهش

۱-۱. مقدمه

پوسته‌ها، سازه‌های نازک با سطح منحنی هستند که بارها را به صورت کششی، فشاری و برشی به تکیه‌گاه‌ها منتقل می‌کنند [۱]. پوسته‌ها به عنوان اجزاء سازه‌ای مطلوب، کاربردهای فراوانی در بخش‌های مختلف مهندسی مکانیک و عمران دارند [۲]، که ازآن جمله می‌توان به کاربرد آنها در صنایع هوافضا، پتروشیمی، سازه های مهندسی، صنایع نظامی و غیره اشاره کرد. به همین دلیل در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از پژوهشگران و محققین قرار گرفته‌اند. با توجه به نوع کاربرد در صنایع مختلف، پوسته‌ها ممکن است دارای شرایط مرزی، نوع بارگذاری و هندسه‌های گوناگون با ابعاد و ضخامت‌های مختلف باشند. در این میان پوسته های مخروطی[1]، با توجه به دارا بودن هندسه‌ی خاص، از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند.

از طرف دیگر در دهه‌ی اخیر با پیشرفت صنایع فوق‌الذکر نیاز به موادی با مقاومت مکانیکی مناسب و همچنین مقاومت حرارتی بالا مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌است [۳]. پوسته‌های ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی[2] نوعی از پوسته‌ها هستند که خواص مواد سازنده‌ی آنها به صورت پیوسته و تدریجی برحسب متغیرهای مکانی (معمولا در راستای ضخامت) تغییر می‌کند، که با توجه به نحوه قرارگیری ذرات ماده و نوع مواد به کاررفته در آنها از مقاومت مکانیکی و حرارتی بالایی نسبت به سایر پوسته‌ها برخوردار می‌باشند. در این‌میان برای افزایش کیفیت مواد مدرج تابعی، مواد تقویت‌کننده‌ی جدیدی مانند پلاکت‌های گرافنی[3] با اندازه‌های نانو به آن اضافه می‌کنند. گرافن‌ها به واسطه‌ی هندسه‌ی مسطح دو بعدیشان، سطح تماس با مواد مدرج تابعی ایجاد می‌کنند و این مسئله باعث می‌شود تا ظرفیت انتقال بار بیش‌تری نسبت به سایر تقویت‌کننده‌ها داشته باشند. این ویژگی‌ها باعث می‌شوند که بتوان از این پوسته‌ها در سازه‌هایی که نیاز به اجزای سازنده با مقاومت مکانیکی و حرارتی بالا دارند استفاده نمود. برای استفاده بهینه از پلاکت‌های‌گرافنی، پیشنهاد توزیع مدرج تابعی آنها در جهت ضخامت المان‌های سازه‌ای مطرح و مورد استفاده قرار گرفته‌است. با توجه به اینکه فرآیند توزیع مدرج تابعی پلاکت‌ها دشوار است، معمولا لایه‌های مرکب تقویت‌شده با پلاکت‌های گرافنی به صورت یکنواخت را به هم متصل تا مواد مرکب مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی ایجاد شود.

در شبیه‌سازی رفتار پوسته‌ها، تئوری‌های مختلفی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول، تئوری کلاسیک، تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی بالا و تئوری سه‌بعدی الاستیسیته نمونه‌ای از این تئوری‌ها می‌باشند.

در برخی کاربردها، پوسته‌های مخروطی ناقص می‌توانند تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی- مکانیکی قرار بگیرند. در این شرایط پوسته‌ها علاوه بر فعالیت شیمیایی مورد نیاز برای محافظت از سطوح در برابر خوردگی و فرسایش، باید یکپارچگی ساختاری خود را تحت این نوع بارگذاری حفظ کنند. از این رو مطالعه‌ی ویژگی‌های ترموالاستیک[4] برای آنها ضروری می‌شود و این موضوع چالش برانگیز و جالب است که نیازمند تحقیقات بیش-

[1] Conical shell
[2] Functionally graded graphene platelets reinforced composite(FG-GPLRC)
[3] Graphene platelets(gpls)
[4] Thermo-elastic

تری می‌باشد. قانون هدایت حرارتی فوریه (بر اساس سرعت انتشار موج حرارتی نامحدود) نمی‌تواند اثر متناهی انتشار موج حرارتی را تخمین بزند و در مسائل‌حرارتی با اعمال بارهای حرارتی ناگهانی و بارهای پیچیده نمی-تواند انتشار موج حرارت را در جسم پیش‌بینی کند و علاوه بر این، تئوری‌های ترموالاستیسیته غیرممزوج به اندازه کافی پاسخ ترموالاستیک اجسام جامد را در این شرایط برآورده نمی‌کنند. این معایب دانشمندان را وا داشت تا نظریه‌ی سنتی ترموالاستیسیته را با معرفی تئوری‌های مختلف ترموالاستیسیته تعمیم‌یافته ممزوج نمایند. در تئوری ترموالاستیسیته‌ی ممزوج، میدان‌های جابجایی و دما به هم وابسته هستند و برای بدست آوردن آنها معادلات حرکت و بقای‌انرژی به صورت همزمان حل می‌شوند. یکی از این تئوری‌ها، در سال (۱۹۶۷) توسط لورد و شولمن[1] ارائه گردید [۴]. بر اساس این نظریه، فرض اساسی قانون هدایت فوریه (یعنی سرعت بی نهایت موج حرارت) با معرفی تاخیرزمانی به عنوان یک خاصیت مواد اضافی ارائه گردیده است. این تئوری نسبت به تئوری کلاسیک ترموالاستیک نتایج معقول‌تر و بازدهی بیش‌تری دارد. از این رو برای طراحی مهندسی، بررسی رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص بر اساس تئوری ترموالاستیسیته لورد – شولمن نیازمند مطالعه‌ی وسیع و گسترده‌ای می‌باشد.

دراین پایان‌نامه، با استفاده از تئوری لورد- شولمن و معادله حرکت، تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی که تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی- مکانیکی[2] قرار می‌گیرد برای شرایط مرزی تحتانی و فوقانی گیردار و سطح داخلی بار مکانیکی و سطح بیرونی آزاد با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

معادلات حاکم با استفاده از تئوری لورد- شولمن و معادلات حرکت به دست می‌آیند. در مرحله بعد کلیه این معادلات به کمک روش دیفرانسیل‌کوادریچر به عنوان یک روش دقیق با حجم محاسباتی کم در بعد مکان و روش نیومارک در بعد زمان حل خواهند گردید.

با توجه به این که دامنه‌ی محاسباتی در روش دیفرانسیل‌کوادریچر لزوما به شکل مستطیل می‌باشد، کلیه معادلات بقای انرژی لورد- شولمن و معادلات حرکت پوسته همراه با شرایط مرزی و سازگاری مربوط از دامنه-ی فیزیکی به دامنه‌ی محاسباتی انتقال داده می‌شوند.

۱-۲. تاریخچه

در اکثر مطالعات صورت‌گرفته در زمینه پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی مواردی از قبیل ارتعاشات آزاد، تحلیل کمانش و تحلیل ترموالاستیک بر اساس تئوری‌های سه‌بعدی الاستیسیته، کلاسیک و برشی دوبعدی مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در مورد مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری لورد - شولمن مطالعات اندکی صورت گرفته‌است.

[1] Lord-shulman theory
[2] Thermo-mechanical shock loading

۱-۳. تعریف موضوع پژوهش

در این پژوهش تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری ترمو- مکانیکی بر اساس تئوری ترموالاستیسیته لورد - شولمن مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۱-۴. هدف‌های پژوهش

در این پژوهش به بررسی اثر پارامترهای هندسی پوسته مخروطی ناقص بر رفتار ترموالاستیک سازه، اثر تغییرات خواص مادی پوسته مخروطی ناقص بر رفتار ترموالاستیک سازه، اثر شرایط مرزی کلاسیک بر رفتار ترموالاستیک سازه، اثر بارگذاری مکانیکی بر رفتار ترموالاستیک سازه و اثر الگوهای مختلف توزیع پلاکت‌های گرافنی بر رفتار ترموالاستیک سازه خواهیم پرداخت.

۱-۵. روش انجام پژوهش

نخست پیشینه پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه مورد مطالعه قرار می‌گیرد، پس از آن با استفاده از تئوری ترموالاستیسیته لورد – شولمن و معادلات حرکت، معادلات حاکم استخراج می‌گردند. سپس با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر[1] در حوزه‌ی مکان و روش نیومارک[2] در حوزه‌ی زمان، گسسته‌سازی معادلات حاکم و شرایط مرزی و شرایط سازگاری صورت می‌پذیرد و نتایج عددی مسئله استخراج می‌گردند. در پایان نتایج مورد بررسی قرار خواهند گرفت و نتیجه‌گیری‌ها بیان می‌شود.

۱-۶. اهمیت پژوهش

تحقیقات زیادی در مورد توزیع دمای سازه‌ها با استفاده از تئوری فوریه انجام شده است. در این تئوری سرعت انتشار موج حرارتی بینهایت فرض گردیده است و در مواردی که در بازه‌ی زمانی کوتاه شارحرارتی با مقدار بسیار زیاد داریم نمی‌تواند توزیع دمای واقعی را در سازه تخمین بزند. از سوی دیگر تئوری ترموالاستیسیته غیرممزوج دقت کافی برای پیش‌بینی رفتار ترموالاستیک اجسام جامد تحت بارهای حرارتی پیچیده را ندارد. برای غلبه بر این محدودیت‌ها، تئوری‌های مختلفی ارائه شده‌اند که یکی از آنها تئوری تعمیم یافته‌ی ترموالاستیک لورد- شولمن می‌باشد.

با توجه به کاربرد فراوان پوسته‌های مخروطی ناقص در صنایع متعددی از قبیل پتروشیمی ، هوافضا و سازه‌های مهندسی و همچنین با توجه به اینکه تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری ترمو - مکانیکی بر اساس تئوری ترموالاستیک لورد -

[1] Differential quadrature method
[2] Newmark method

شولمن به اندازه کافی مورد توجه محققان قرار نگرفته است، انجام پژوهش به منظور ارائه نتایج و بررسی رفتـار ترموالاستیک این سازه ضروری می‌باشد.

۱-۷. محدودیت‌های پژوهش

محدودیت این پژوهش این است که رفتار غیرخطی سازه در نظر گرفته نشده است.

۱-۸. تعریف واژگان

پوسته: سازه‌های نازک با سطح منحنی هستند که یک بعدشان در قیاس با کوچکترین بعد موثرشان کوچک می‌باشد.

ترموالاستیک: علم بررسی خصوصیات و پاسخ سازه‌های الاستیک تحت بارگذاری ترمو مکانیکی.

بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی: اعمال بار مکانیکی، تغییر شرایط حرارتی و اعمال شارهای حرارتی در زمان بسیار کوتاه.

مواد لایه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی: موادی جدید و پیشرفته هستند که خواص مکانیکی آنها از یک لایه به لایه‌ی دیگر به صورت اندکی تغییر می‌کند و این تغییرات به‌وسیله تغییر اندک گرافن موجود در لایه‌های مجاور ایجاد می‌شود.

تئوری لورد – شولمن: یکی از انواع تئوری‌های ترموالاستیسیته ممزوج می‌باشد که توسط لورد و شولمن در سال (۱۹۶۷) ارائه گردید. در این تئوری، میدان دما و جابجایی به هم وابسته هستند.

۱-۸-۱. خلاصه فصلها

در فصل دوم، مروری بر تحقیقاتی که تاکنون توسط دیگر محققان صورت‌گرفته، خواهیم داشت.

در فصل سوم، پس از ذکر روابط توزیع خواص مادی و هندسی، ابتدا معادله‌ی بقای انرژی برای پوسته‌های مخروطی ناقص بر اساس تئوری لورد- شولمن به همراه شرایط مرزی و سازگاری و شرایط اولیه‌ی حرارتی ارائه خواهد شد. سپس معادلات‌حاکم بر حرکت و شرایط مرزی و سازگاری و شرایط اولیه مکانیکی مربوط به آن استخراج خواهد شد و با درنظرگرفتن اثرات تنش‌های حرارتی، تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص صورت خواهدگرفت. پس از انتقال معادلات بقای انرژی لورد- شولمن و معادلات حرکت و شرایط مرزی و سازگاری از دامنه‌ی فیزیکی به دامنه‌ی محاسباتی، معادلات حاکم و شرایط مرزی و سازگاری به کمک روش دیفرانسیل‌کوادریچر در راستای مختصه‌های دستگاه مختصات جدید تجزیه خواهند شد. در نهایت جابجایی‌ها و تنشهای حرارتی و مکانیکی برای پوسته‌های مخروطی ناقص محاسبه خواهد شد.

در فصل چهارم، با استفاده از نتایج عددی بدست‌آمده از برنامه‌ی کامپیوتری متلب[1] تهیه شده بر اساس فرمول‌بندی فصل سوم، همگرایی روش ذکر شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت‌هایی که نتایج تحقیقات

[1] Matlab

مشابه در دسترس باشند مقایسه‌ای با نتایج آنها صورت‌گرفته تا صحت معادلات بدست آمده و حل آنها اثبات گردد. سپس نتایج عددی در قالب نمودارها ارائه می‌گردد و تاثیر پارامترهای مختلف از جمله نسبت ضخامت به شعاع میانی پوسته، نسبت طول به شعاع میانی پوسته، اثرات پارامتر خواص مادی بر رفتار ترمو- مکانیکی پوسته‌های مخروطی ناقص نشان داده می‌شوند.

در فصل پنجم، ابتدا مروری بر نتایج حاصل‌شده از این پایان‌نامه انجام خواهدشد و پیشنهاداتی نیز جهت انجام تحقیقات در آینده ارائه می‌گردد.

فصل دوم: پیشینه پژوهش

۲-۱. مقدمه

یکی از اجزاء سازه‌ای که به طور وسیع در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد، پوسته‌ها هستند. پوسته‌ها دارای کاربردهای زیادی در صنایع پتروشیمی، نظامی، هوافضا، سازه‌های مهندسی و غیره می‌باشند. پوسته‌ها دارای اشکال گوناگون مخروطی، کروی، استوانه‌ای و غیره می‌باشند. پوسته‌های مخروطی یکی از پرکاربردترین این اجزاء می‌باشند که ممکن است از مواد مرکب، همگن، مدرج تابعی و یا تقویت‌کننده با مواد مدرج تابعی تشکیل شده باشد. همچنین می‌توانند به صورت یک‌لایه و چندلایه مورد استفاده قرار گیرند.

در بررسی رفتار المان‌های سازه‌ای، تئوری‌های مختلفی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این قسمت ابتدا مروری بر تئوری‌های مورد استفاده در پوسته‌ها که عبارتند از: تئوری کلاسیک، تئوری مرتبه‌ی اول برشی، تئوری سه بعدی الاستیسیته و تئوری لورد- شولمن خواهیم داشت و سپس به بررسی تحقیقات انجام شده در مورد تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی و استوانه‌ای و غیره در محیط‌حرارتی و تحت بارگذاری‌های مکانیکی خواهیم پرداخت.

۲-۲. مروری بر تئوری‌های مختلف مورد استفاده در تحلیل پوسته‌ها

باتوجه به این که ضخامت پوسته در قیاس با کوچکترین بعد مفید آن کوچک می‌باشد، تحقیقات صورت گرفته در مورد پوسته‌ها اکثرا براساس تئوری‌های دوبعدی نظیر تئوری کلاسیک، تئوری مرتبه‌ی اول برشی و تئوری-های مراتب بالاتر برشی می‌باشند [۲]. یکی از کاربردی‌ترین تئوری‌های دوبعدی برای پوسته، تئوری کلاسیک می‌باشد که برای پوسته‌های نازک مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تئوری براساس فرضیات کیرشهف[1] از کرنش عمودی در جهت ضخامت و تغییر شکل‌های برشی عرضی صرفنظر می‌شود. این فرضیات برای پوسته-های نازک سبب می‌شود که تئوری سه‌بعدی الاستیسیته به تئوری دوبعدی کاهش یابد و در نتیجه‌ی آن معادلات حاکم ساده‌تر شوند و در بعضی حالات خاص می‌توان برای مسائل نسبتا پیچیده پاسخ تحلیلی بدست آورد. همچنین این کار باعث کاهش حجم محاسبات و مدت زمان کمتر می‌گردد. این تئوری دارای معایبی می‌باشد. بزرگترین عیب این تئوری این است که مجهولاتی که در ارتباط با رفتار محلی پوسته باشد را نمی-تواند آشکار کند. همچنین در این تئوری با افزایش ضخامت پوسته، دقت آنها در ارتباط با مشخص نمودن پارامترهای وابسته به رفتار کلی پوسته نیز کاهش می‌یابد.

جهت بهبود تئوری کلاسیک، تئوری‌هایی با در نظر گرفتن اثرات اینرسی چرخشی و تغییر شکلهای برشی در جهت ضخامت ارائه شده‌است. در این تئوری‌ها، جابجایی‌های درون صفحه‌ای پوسته به صورت چند جمله‌ای-هایی با ضرائب نامعین از متغیر مکانی در جهت ضخامت فرض می‌شوند. یکی از ساده‌ترین این تئوری‌ها، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول نام دارد که تنها دو جمله‌ی اول چندجمله‌ای در نظرگرفته می‌شود [۳]. در این تئوری، کرنشهای برشی عرضی در جهت ضخامت ثابت می‌باشند و با توزیع واقعی این کمیات در تضاد می‌باشد. جهت بهبود دقت این تئوری و تا حدودی رفع این عیب، از ضریب اصلاح برشی استفاده می‌گردد. جهت بهبود معایب تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول، تئوری‌های تغییر شکل برشی مراتب بالاتر، با در نظر گرفتن بیش از دو جمله اول چندجمله‌ای و در نظر گرفتن جملات غیرخطی تخمین دقیق‌تری از جابجایی‌ها ارائه می-کند [۲]. یکی از انواع این تئوری‌ها، تئوری تغییرشکل برشی مرتبه سوم می‌باشد. در این تئوری بر خلاف

[1] Kirchhof assumptions

تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول، توزیع تنش برشی برای یک ماده آیزوتروپیک همگن در جهت ضخامت سهمی‌گون بوده و همچنین نیاز به ضریب اصلاح برشی نیز ندارد.

باید به این نکته اشاره نمود که تئوری‌های ذکر شده برای بررسی رفتار کلی پوسته نظیر بدست آوردن فرکانس ها، جابجایی‌های عرضی پوسته‌های جداره نازک و بار بحرانی مناسب می‌باشد [۲] و برای بررسی رفتار محلی از جمله بدست آوردن تنش در پوسته‌هایی که دارای تمرکز تنش ناشی از اعمال بار متمرکز هستند مناسب نمی باشند.

محققان با توجه به دلایل فوق و جهت بررسی دقیق‌تر رفتار ترمو- الاستیک پوسته‌ها، درجهت ضخامت، از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته استفاده می‌نمایند. چون در این تئوری، هیچگونه پیش فرضی برای تغییرات مولفه‌های جابجایی در نظر گرفته نمی‌شود. لذا فرمولاسیون مسئله دارای تقریب و خطا نیست و در نتیجه برای بررسی کمیاتی که در ارتباط با رفتار محلی می‌باشد می‌توان از آن استفاده نمود. همچنین توزیع تنش و کرنش در هر نقطه را به‌طور دقیق به‌دست می‌آورد.

در برخی کاربردها، پوسته‌های مخروطی در معرض یک بارگذاری ترمو- مکانیکی یا تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی- مکانیکی قرار می‌گیرند. دراین شرایط، مطالعه‌ی ویژگی‌های ترموالاستیک برای آن‌ها ضروری می‌باشد. پایه و اساس تحلیل ترموالاستیک، تخمین دقیق تنش‌ها و تغییرشکلها است. برای به‌دست آوردن تنشهای حرارتی بایستی توزیع دما در سازه بدست آید که جهت حصول این تنش‌ها از تئوری‌های مختلفی استفاده می-شود. قانون هدایت حرارتی فوریه برای بارگذاری‌های ذکر شده قابل استفاده نیست و تئوری‌های ترموالاستیسیته غیرممزوج به اندازه‌ی کافی پاسخ ترموالاستیک را در این شرایط حرارتی برآورده نمی‌کند. توجه به این معایب دانشمندان را وا داشت از تئوری‌های ترموالاستیسیته‌ی ممزوج استفاده نمایند. یکی از این نوع تئوری‌ها، تئوری لورد- شولمن می‌باشد. این تئوری شامل زمان مورد نیاز برای تسریع جریان حرارت می-باشد و اثر ممزوج بین دما و نرخ کرنش را در نظر می‌گیرد.

همچنین بر اساس این تئوری، فرض اساسی قانون هدایت حرارتی (یعنی سرعت بی نهایت موج حرارت) می-باشد که پارامتری بنام تاخیر زمانی به آن اضافه شده‌است. در این تئوری به دلیل وجود برخی عبارات ممزوج در معادله بقای انرژی، اثرات حرارتی- مکانیکی به خوبی در معادله فوق ظاهر می‌گردند.

۲-۳. پوسته‌های استوانه‌ای ، کروی و دیسکها

در این قسمت مروری بر تحقیقات صورت‌گرفته در زمینه پوسته‌های استوانه‌ای و کروی و دیسکها در سال‌های اخیر انجام می‌پذیرد.

بگری و اسلامی در سال (۲۰۰۴) دیسک تحت بارگذاری شوک‌حرارتی متقارن‌محوری را بر اساس تئوری ترموالاستیسیته لورد- شولمن مورد مطالعه قرار دادند [۵]. آنها از روش المان محدود[1] در حوزه مکان و روش تبدیل‌لاپلاس در حوزه زمان برای گسسته‌سازی معادلات حاکم استفاده کردند و در نهایت تاثیرات تاخیر زمانی را بررسی نمودند. بگری و اسلامی در سال (۲۰۰۷) تجزیه و تحلیل ترموالاستیک کره‌های توخالی را انجام دادند [۶]. آنها از تئوری گرین - لیندزی برای استخراج معادلات استفاده کردند و برای حل معادلات حاکم

[1] Finite element

روش اجزای‌محدود گالرکین همراه با تبدیل‌لاپلاس را به کار بردند و جابجایی‌ها، تنش شعاعی و توزیع دما را مورد مطالعه قرار دادند. هاشمی‌نژاد و کمیلی در سال (۲۰۰۷) پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی ضخیم با طول نامحدود تحت بار متحرک حلقوی را مورد بررسی قرار دادند [۷]. آنها معادلات حاکم را توسط معادله کلاسیک ناویر استخراج نمودند و با استفاده از روش ماتریس انتقال حل‌کردند. چن و همکاران درسال(۲۰۰۷) از یک روش تحلیلی براساس تئوری سه‌بعدی الاستیسیته استفاده نمودند و به بررسی جابجایی‌ها و تنش‌های دیسک دوار مدرج تابعی پرداختند [۸]. آنها جهت حل مسئله، توزیع خواص مادی را به صورت قانون توزیع نمایی در جهت شعاعی فرض نمودند.

درسال (۲۰۰۷) یک فرمولاسیون برای مواد غیرهمگن برا اساس تئوری‌های ترموالاستیسیته لورد- شولمن و گرین- لیندزی و گرین- نقدی توسط بگری و اسلامی پیشنهاد گردید [۹]. درسال (۲۰۰۷) بهتویی و اسلامی پاسخ ترموالاستیک یک پوسته استوانه‌ای ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تحت شوک‌حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند [۱۰]. آنها تئوری تغییر شکل برشی مرتبه دوم برای بدست آوردن معادلات حاکم را به کار بردند و گسسته‌سازی معادلات در حوزه مکان را با روش المان محدود و در حوزه زمان با روش تبدیل‌لاپلاس انجام دادند. سانتوس و همکاران در سال (۲۰۰۸) به تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های استوانه‌ای تحت شوک‌حرارتی پرداختند [۱۱]. آنها یک روش اجزای محدود نیمه‌تحلیلی در جهت طولی با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته ارائه دادند که معادلات به دو بعد کاهش پیدا کرد و در جهت مماسی از سری فوریه استفاده نمودند. در سال (۲۰۰۹) غوش و کانوریا پاسخ ترموالاستیک در کره‌های تو خالی همسانگرد ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی را بدست آوردند [۱۲]. آنها برای به‌دست‌آوردن معادلات حاکم از تئوری گرین- لیندزی استفاده کردند و معادلات حاکم را با روش مقدار ویژه حل نمودند.

جباری و همکاران در سال (۲۰۰۹) برای بدست آوردن توزیع دمای یک‌بعدی استوانه‌ی توخالی یک روش تحلیلی ارائه نمودند [۱۳]. انها بر اساس قانون اول ترمودینامیک معادله انتقال حرارت گذرای یک بعدی که شامل منبع حرارتی متحرک می‌باشد را بدست آوردند و با استفاده از روش مستقیم به همراه توابع بسل حل نمودند. بیات و همکاران در سال (۲۰۰۹) به بررسی جابجایی‌ها و تنش‌های حرارتی دیسک دوار مدرج تابعی با ضخامت متغیر برای حالت دیسک توپر با شرایط مرزی‌های مختلف پرداختند [۱۴]. آنها از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته جهت بدست آوردن معادلات حاکم استفاده نمودند. پنگ و لی در سال (۲۰۱۰) به تجزیه و تحلیل ترموالاستیک یک سیلندر توخالی پرداختند [۱۵]. آنها یک روش جدید ارائه نمودند و معادلات تعادل ترموالاستیک را به معادله‌ی انتگرالی فرد- هولم تبدیل و به روش سیمپسون حل کردند. خورشیدی و خلیلی در سال (۲۰۱۰) به بررسی پوسته‌های استوانه‌ای دوار مدرج تابعی پرداختند [۱۶]. آنها با استفاده از یک روش تحلیلی، با فرض نمودن توزیع خواص‌موادی در جهت شعاع به صورت نمایی تنش‌های حرارتی و مکانیکی را بدست آوردند. در سال (۲۰۱۲) ملک‌زاده و حیدرپور تحلیل ترموالاستیک گذرای پوسته‌های استوانه‌ای تحت بارگذاری ترمو - مکانیکی را بررسی نمودند [۱۷]. آنها از معادلات هدایت‌گرمایی هذلولی برای ارزیابی توزیع دما و تئوری سه‌بعدی الاستیسیته برای تعیین جابجایی‌ها و تنش‌ها استفاده کردند. آنها همچنین در این مطالعه از ترکیب دو روش دیفرانسیل‌کوادریچر و اجزای محدود برای حل معادلات حاکم استفاده نمودند. حیدرپور و همکاران در سال (۲۰۱۲) به تجزیه و تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای دوار با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر پرداختند [۱۸]. آنها جهت استخراج معادلات حاکم از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته استفاده نمودند و در پایان جابجایی‌ها و تنش‌ها را بدست آوردند. ملک‌زاده و همکاران در سال (۲۰۱۲) پاسخ گذرای پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی دوار در یک محیط‌حرارتی را بدست آوردند [۱۹]. آنها از تئوری سه‌بعدی

الاستیسیته جهت استخراج معادلات حاکم استفاده نمودند و با روش‌های نیومارک و دیفرانسیل‌کوادریچر معادلات حاکم را حل کردند. درسال (۲۰۱۲) حسینی و ابوالبشری حل تحلیلی سیلندر توخالی برای مطالعه امواج حرارتی و مکانیکی ارائه نمودند [۲۰]. آنها از تئوری ترموالاستیسیته ممزوج گرین - نقدی استفاده نمودند. همچنین آنها مسئله را متقارن محوری در نظر گرفتند و معادلات‌حاکم را به حوزه لاپلاس تبدیل و به صورت تحلیلی حل نمودند و در نهایت مقادیر جابجایی‌ها و توزیع دما را به عنوان توابعی از شعاع و زمان در فرم بسته بدست آوردند.

طارق و همکاران در سال (۲۰۱۲) به تجزیه و تحلیل ترموالاستیک گذرای سیلندر توخالی ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی بر اساس تئوری گرین - لیندزی پرداختند [۲۱]. آنها در این تحقیق فرض را بر این گرفتند که خواص مواد با توجه به قانون توانی در جهت شعاعی تغییر می‌نماید و همچنین معادله هدایت حرارتی و معادله حرکت را با استفاده از روش المان محدود گالرکین حل نمودند و در نهایت جابجایی و تنش شعاعی را بدست آوردند. خورشیدوند و جوادی در سال (۲۰۱۲) راه حل‌های تحلیلی را برای دیسک و سیلندر دوار تو خالی ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی ارائه نمودند [۲۲]. آنها نشان دادند که معادلات ناویر به معادلات دیفرانسیل معمولی غیرهمگن با ضرائب ثابت تبدیل می‌شوند و همچنین فرض را بر این گرفتند که خواص مواد در امتداد جهت ضخامت با توجه به قانون توزیع‌نمایی درجه‌بندی می‌شوند. در سال (۲۰۱۳) زمانی‌نژاد و افشین جابجایی‌ها و تنش‌ها را برای پوسته‌های استوانه‌ای توخالی جدار ضخیم همگن و همسانگرد که در حال چرخش می‌باشند را مورد مطالعه قرار دادند [۲۳]. آنها از معادله یک‌بعدی انتقال حرارت گذرا بدون منبع حرارتی، معادله انتقال حرارت را بدست آوردند و با روش جداسازی متغیرها حل نمودند. عارفی در سال (۲۰۱۴) یک فرمول کلی برای تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های استوانه‌ای ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تحت فشار خارجی را ارائه نمود [۲۴]. ایشان از تئوری تغییر شکل برشی و روش انرژی برای بدست آوردن این روش استفاده نمود. کوچک زاده و انتظاری در سال (۲۰۱۵) یک حل کاملا تحلیلی برای دیسک دوار تحت بارگذاری شوک حرارتی و مکانیکی بر مبنای تئوری ترموالاستیسیته ممزوج کلاسیک ارائه دادند [۲۵]. آنها به منظور حل معادلات، روش تحلیلی بر مبنای تبدیل فوریه را به کار گرفتند. کیانی و اسلامی درسال(۲۰۱۶) یک دیسک دوار با سرعت زاویه‌ای ثابت را براساس تئوری ترموالاستیسیته لورد - شولمن مورد مطالعه قرار دادند [۲۶]. آنها معادلات بقای انرژی و حرکت را استخراج کردند و معادلات حاکم را در حوزه زمان از روش نیومارک و در حوزه مکان از روش دیفرانسیل‌کوادریچر حل نمودند. پاسخ ترموالاستیک یک دیسک حلقوی تحت شوک حرارتی روی سطح داخلی درسال (۲۰۱۷) توسط کیانی و اسلامی ارائه گردید [۲۷]. آنها از تئوری لورد - شولمن استفاده نمودند و در این مسئله تغییر دما را به صورت غیرخطی در نظر گرفتند و همچنین گسسته‌سازی معادلات حاکم را در حوزه مکان از روش دیفرانسیل‌کوادریچر و در حوزه زمان از روش نیومارک و روش تکرار پیکار انجام دادند و در نهایت به این نتیجه رسیدند که زمان رهایی بزرگ باعث اختلال بین فرمول‌های خطی و غیرخطی می‌شود. مهدی‌تبار و همکاران در سال (۲۰۱۸) تحلیل دینامیکی ترموالاستیک پوسته‌های استوانه-ای توخالی پیزوالکتریک ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی را مورد مطالعه قرار دادند [۲۸]. آنها معادلات حاکم را بر اساس تئوری سه بعدی الاستیسیته بدست آوردند و با روشهای دیفرانسیل‌کوادریچر و تفاضل‌محدود حل نمودند. همچنین فرض را بر این گرفتند که خواص مواد در جهت شعاع و مستقل از دما تغییر می‌نماید.

در سال (۲۰۱۹) حیدرپور و همکاران رفتار ترموالاستیک گذرای پوسته‌های کروی ساخته شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی را مورد مطالعه قرار دادند [۲۹]. آنها برای استخراج معادلات از تئوری ترموالاستیسیته لورد - شولمن استفاده نمودند و معادلات را با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر در حوزه

مکان و یک روش جدید چندمرحله‌ای بر اساس منحنی‌های نربز همراه با روش تبدیل‌لاپلاس در حوزه‌ی زمان حل کردند. حیدرپور و ملک‌زاده در سال (۲۰۱۹) به بررسی تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های کروی چندلایه ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی بر اساس تئوری ترموالاستیسیته لورد - شولمن پرداختند [۳۰]. آنها روش دیفرانسیل‌کوادریچرلایه‌ای همراه با نیومارک و روش نیوتون - رافسون را برای حل معادلات حاکم استفاده نمودند.

در سال (۲۰۲۱) عارفی و همکاران به بررسی تجزیه و تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با پلاکت‌های گرافنی تحت بارهای مکانیکی پرداختند [۳۱]. آنها از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و اصل حداقل انرژی پتانسیل کل برای استخراج معادلات حاکم استفاده نمودند و با استفاده از روش مقدار ویژه معادلات حاکم را حل کردند. در سال (۲۰۲۲) ژائو و همکاران انتشار موج ترموالاستیک در یک استوانه توخالی دوار ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی را بر اساس تئوری لورد- شولمن مورد مطالعه قرار دادند [۳۲]. فرض را بر این گرفتند که پلاکت‌های‌گرافنی در جهت شعاع بر اساس قانون‌توانی توزیع می‌گردند. معادله بقای انرژی را بر اساس تئوری لورد- شولمن استخراج نمودند و پس از بدست آوردن معادله حرکت، معادلات حاکم را در بعد مکان با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر تعمیم‌یافته و در بعد زمان با روش نیومارک حل کردند. ژنگ و همکاران در سال (۲۰۲۳) یک روش موثر برای ارزیابی مدلسازی دینامیکی و میرایی ترموالاستیک برای پوسته‌های استوانه‌ای با مرزهای دلخواه پیشنهاد نمودند [۳۳]. معادله حرکت را با استفاده از اصل همیلتون به همراه روش رایلی- ریتز استخراج کردند و فرکانس‌های طبیعی را با روش مقدار ویژه بدست آوردند.

۲-۴. پوسته‌های مخروطی

در مورد پوسته‌های مخروطی در سال‌های اخیر مطالعات زیادی صورت‌گرفته است که در ادامه به بررسی آنها خواهیم پرداخت.

کوریرا و همکاران در سال (۲۰۰۳) به مطالعه پوسته‌های مخروطی لایه‌ای پرداختند [۳۴]. آنها برای بدست آوردن معادلات حاکم از تئوری تغییرشکل برشی استفاده نمودند و برای حل معادلات حاکم روش اجزاء محدود را ارائه نمودند. بنگل و همکاران در سال (۲۰۰۵) کمانش حرارتی و رفتار پوسته‌های مخروطی ناقص در محیط با درجه‌حرارت بالا را بررسی نمودند [۳۵]. آنها از روش اجزای محدود نیمه‌تحلیلی بر پایه تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌اول استفاده نمودند. ملک‌زاده و همکاران در سال (۲۰۱۱) ارتعاشات سه‌بعدی پوسته‌های مخروطی ناقص مدرج تابعی که در محیط‌حرارتی قرار داشت را مورد بررسی قرار دادند [۳۶]. آنها از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته برای بدست آوردن معادلات حاکم و روش دیفرانسیل‌کوادریچر برای حل آنها استفاده نمودند. ستوده و همکاران در سال (۲۰۱۲) به مطالعه‌ی رفتار دینامیکی پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته شده از مواد مدرج تابعی تحت شوک مکانیکی پرداختند [۳۷]. آنها معادلات‌حرکت را با استفاده از اصل همیلتون بدست آوردند و گسسته‌سازی معادلات در حوزه مکان را با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر و در حوزه زمان با روش نیومارک انجام دادند و خواص مواد را در جهت ضخامت با توجه به قانون‌توانی در نظر گرفتند و نتایج را با نتایج بدست آمده توسط نرم‌افزار انسیس مقایسه نمودند. در سال (۲۰۱۳) ملک زاده و حیدرپور به مطالعه‌ی ارتعاشات آزاد پوسته‌های مخروطی ناقص دوار ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی پرداختند [۳۸]. آنها از تئوری

تغییرشکل برشی مرتبه‌اول جهت استخراج معادلات حاکم استفاده کردند و با روش دیفرانسیل‌کوادریچر معادلات حاکم را حل نمودند و در نهایت تاثیر پارامترهای هندسی و شرایط مرزی مختلف بر ارتعاشات آزاد پوسته‌های مخروطی ناقص را نشان دادند. حیدرپور و همکاران در سال (۲۰۱۴) تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته-های مخروطی ناقص دوار ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با نانو لوله‌های کربنی را مورد مطالعه قرار دادند [۳۹]. آنها معادلات حاکم را بر اساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌اول با استفاده از اصل همیلتون بدست‌آوردند و همچنین برای گسسته‌سازی معادلات‌حاکم و شرایط مرزی مربوط از روش دیفرانسیل‌کوادریچر استفاده نمودند. حیدرپور و همکاران در سال (۲۰۱۴) به مطالعه‌ی ارتعاشات آزاد پوسته های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تحت بار داخلی بر اساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول پرداختند [۴۰]. آنها با حل معادلات تعادل استاتیکی، تنش‌های مکانیکی اولیه را بدست آوردند و با استفاده از اصل همیلتون معادلات ارتعاشات آزاد به همراه شرایط مرزی مربوط را استخراج نمودند و معادلات حاکم را به‌طور دقیق با روش دیفرانسیل‌کواریچر حل کردند و فرض را بر این گرفتند که خواص مواد در جهت ضخامت درجه‌بندی می‌شود. در سال (۲۰۱۴) ملک‌زاده و همکاران، تحلیل دینامیکی پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تحت بارهای متحرک نامتقارن را مورد مطالعه قرار دادند [۴۱]. آنها از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌اول استفاده نمودند و معادلات حرکت را بر اساس اصل‌همیلتون استخراج کردند. آنها همچنین معادلات حرکت را در حوزه مکان با روش المان محدود و در حوزه‌ی زمان با روش نیومارک حل نمودند. در سال (۲۰۱۶) حیدرپور و اقدم تحلیل ترموالاستیک گذرای پوسته‌های مخروطی ناقص تحت بارگذاری شوک حرارتی را بررسی نمودند [۴۲]. آنها با استفاده از تئوری ترموالاستیک لورد - شولمن و معادلات حرکت، معادلات حاکم را استخراج و با روش دیفرانسیل‌کوادریچر در حوزه مکان و روش نیومارک در حوزه زمان به طور دقیق حل کردند و در نهایت جابجایی‌ها، تنش‌ها و توزیع دما را بدست آوردند. جباری و همکاران در سال (۲۰۱۶) تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ضخیم با ضخامت متغیر که تحت بارگذاری ترمو- مکانیکی قرار دارد را انجام دادند [۴۳]. آنها برای توصیف رفتار الاستیک - حرارتی از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌بالا استفاده نمودند. آنها همچنین معادلات حاکم را استخراج و سپس با روش چندلایه بصورت نیمه تحلیلی حل نمودند و با روش اجزای محدود مقایسه کردند.

جویبار و همکاران در سال (۲۰۱۶) تاثیر محیط حرارتی بر ارتعاش آزاد پانل‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی را بر اساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی‌اول مورد مطالعه قرار دادند [۴۴]. آنها معادلات حاکم و شرایط مرزی را با استفاده از اصل‌همیلتون استخراج نمودند و سپس با استفاده از روش دیفرانسیل کوادریچر حل کردند. در سال (۲۰۱۶) صوفیو یک راه‌حل بسته برای پایداری ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص تحت بارگذاری داخلی و حرارتی ارائه نمود [۴۵]. ایشان با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول به همراه تئوری دانل، معادلات حاکم را استخراج و با استفاده از روش گالرکین حل نمود.

در سال (۲۰۱۶) حیدرپور و اقدم با استفاده از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته، پاسخ گذاری پوسته‌های مخروطی ناقص چندلایه‌ی دوار در معرض شوک حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند [۴۶]. آنها برای ارزیابی توزیع دما از هدایت حرارتی غیرفوریه استفاده نمودند. همچنین خواص مواد را در امتداد ضخامت وابسته به دما در نظر گرفتند و گسسته‌سازی معادلات در حوزه‌ی مکان را از روش دیفرانسیل‌کوادریچرلایه‌ای انجام دادند و در حوزه ی زمان یک روش چند مرحله‌ای بر اساس منحنی‌های نربز استفاده کردند.

صوفیو و همکاران در سال (۲۰۱۷) کمانش ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی درجه‌بندی شده را مورد بررسی قرار دادند [۴۷]. آنها از تئوری تغییرشکل برشی به همراه تئوری دانل اصلاح‌شده برای بدست آوردن معادلات

حاکم استفاده کردند و به روش گالرکین حل نمودند. در سال (۲۰۱۷) نجاتی و همکاران به مطالعه‌ی رفتار استاتیکی و ارتعاشات آزاد پوسته های مخروطی ناقص دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با نانو لوله‌های کربنی پرداختند [۴۸]. آنها معادلات حاکم را با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی‌سوم و با فرض تغییرشکل‌های کوچک استخراج و با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر تعمیم‌یافته حل نمودند. کیانی در سال (۲۰۱۹) به بررسی تجزیه و تحلیل کمانش پوسته‌های مخروطی چندلایه مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکتهای‌گرافنی پرداخت [۴۹]. وی بر اساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌اول همراه با فرضیات‌کارمن و دانل معادلات حاکم را استخراج نمود و معادلات حاکم را با روش دیفرانسیل‌کوادریچر تعمیم‌یافته و سری فوریه حل کرد. تقی‌زاده و همکاران در سال (۲۰۱۹) یک روش نیمه‌تحلیلی برای بررسی خزش حرارتی - الاستیک وابسته به زمان برای پوسته‌های مخروطی با ضخامت متغیر تحت فشار داخلی و حرارتی ارائه دادند [۵۰]. آنها تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌اول را با ادغام اصل حداقل انرژی‌پتانسیل برای استخراج معادلات حاکم به کار بردند و معادلات حاکم را با روش معادلات چندگانه حل و خزش را با استفاده از قاعده خطی رابینسون بدست آوردند و در پایان با روش اجزای محدود مقایسه نمودند.

شکوری در سال (۲۰۱۹) اثرات تغییردما بر ارتعاشات آزاد پوسته‌های مخروطی ناقص دوار ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی را مورد مطالعه قرار داد [۵۱]. ایشان از تئوری پوسته دانل برای استخراج معادلات حاکم و نیز همچنین روش دیفرانسیل‌کوادریچر تعمیم‌یافته برای گسسته‌سازی معادلات حاکم استفاده نمود.

سال (۲۰۲۰) حیدرپور و همکاران تاثیر شوک‌حرارتی را بر روی پوسته‌های مخروطی ناقص چندلایه دوار بررسی نمودند [۵۲]. آنها با استفاده از تئوری ترموالاستیک لورد - شولمن معادلات‌حاکم را استخراج و با روش دیفرانسیل‌کوادریچر تغییریافته - نربز به طور دقیق حل کردند.

حیدرپور و ملک‌زاده در سال (۲۰۲۱) تجزیه و تحلیل انتقال‌حرارت سه‌بعدی پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته شده از مواد چند لایه مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی را مورد مطالعه قرار دادند [۵۳]. آنها برای بررسی اثر سرعت موج‌حرارتی از قانون هدایت‌حرارتی غیرفوریه استفاده کردند و معادلات‌حاکم را با روش‌های دیفرانسیل‌کوادریچر تغییریافته و طرح ادغام چندمرحله‌ای بی- اسپلاین حل نمودند. بابایی و همکاران در سال (۲۰۲۲) مخروط ناقص دوار ساخته شده از مواد متخلخل مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری حرارتی بر اساس تئوری ترموالاستیسیته خطی کلاسیک مورد مطالعه قرار دادند [۵۴]. آنها خواص موثر مواد را از مدل هالپین – تسای تعمیم‌یافته و قانون مخلوط‌ها تعیین کردند و همچنین معادلات حاکم را با استفاده از روش المان محدود به همراه روشهای رایلی- ریتز و کرنک- نیکولسون در هر دو حوزه مکان و زمان حل نمودند. در سال (۲۰۲۳) باقری و همکاران به تجزیه و تحلیل پاسخ غیرخطی پوسته‌های مخروطی- مخروطی ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی متصل شده به هم تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی پرداختند [۵۵]. آنها خواص مواد را وابسته به دما در نظر گرفتند و معادله هدایت حرارتی غیرخطی را با روش کرنک- نیکولسون حل نمودند. آنها همچنین با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به همراه فرضیات فون- کارمن معادلات حاکم را استخراج کردند و معادلات حاکم را در حوزه مکان با روش دیفرانسیل کوادریچر و در حوزه زمان با روشهای نیوتون- رافسون و نیومارک حل نمودند.

.

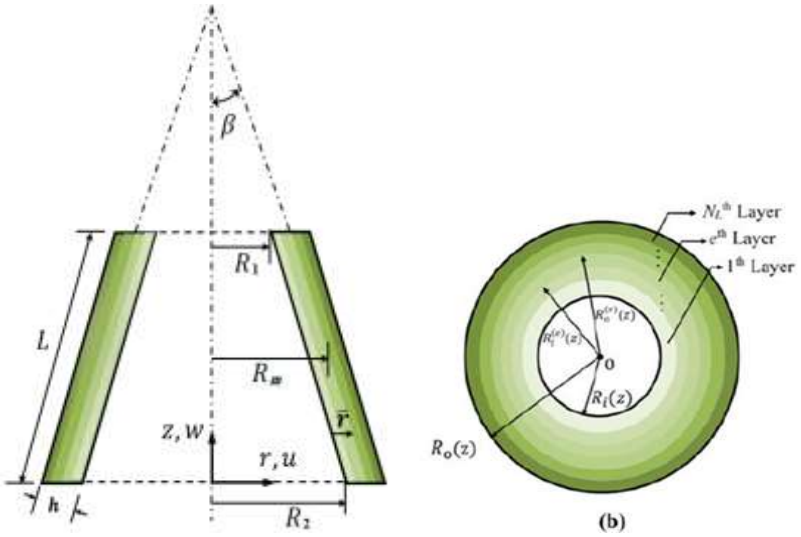
فصل سوم: روش‌شناسی پژوهش

۳-۱. مقدمه

در این پایان‌نامه تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری لورد - شولمن مورد مطالعه قرار می‌گیرد. وقتی پوسته تحت اثر بارگذاری ترمو - مکانیکی (به صورت ناگهانی) قرار می‌گیرد، به علت واقع شدن پوسته تحت عوامل فوق، تنش‌ها و کرنش‌های ترمو- مکانیکی در سازه بوجود می‌آیند. به همین دلیل در این قسمت، تحلیل توزیع تنش‌ها و جابجایی‌های یک پوسته‌ی مخروطی ناقص چندلایه مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادلات حاکم بر اساس تئوری لورد - شولمن استخراج می‌گردند و در حوزه مکان روش دیفرانسیل‌کوادریچر و در حوزه زمان از روش نیومارک برای گسسته‌سازی معادلات حاکم استفاده می‌گردد.

۳-۲. مشخصات هندسی پوسته های مخروطی

پوسته مخروطی ناقص چندلایه با شعاع کوچک داخلی R_1، شعاع بزرگ داخلی R_2، شعاع میانی در نصف ارتفاع R_m، ضخامت پوسته h، طول L (در راستای نصف النهاری) و زاویه نیم رأس β در شکل (۳-۱) در نظر گرفته می‌شود. مختصات استوانه ای(r,θ,z) برای شناسائی نقاط مادی پوسته انتخاب شده است [۵۲].



شکل ۳-۱: شکل هندسی و مختصات پوسته مخروطی [۵۲]

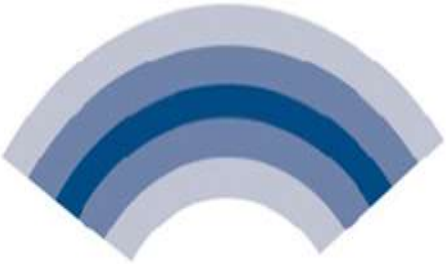
۳-۳. خواص مواد موثر لایه‌های *تقویت شده با پلاکت‌های گرافنی*

پوسته مخروطی ناقص چندلایه به مجموعه‌ای از لایه‌های هم‌محور تجزیه می‌شوند تا متغیرهای میدان ترموالاستیک به دلیل تغییر لایه‌ای خواص مواد به طور دقیق مورد مطالعه قرار گیرد. فرض بر این است که هر لایه‌ی پوسته از یک ماتریس پلیمری همسانگرد ساخته‌شده است که توسط پلاکت‌های‌گرافنی مستطیلی با

توزیع‌های مختلف و جهت‌گیری تصادفی تقویت شده‌اند. کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی در هر لایه ثابت می‌ماند و می‌تواند از لایه‌ای به لایه‌ی دیگر متفاوت باشد. تنوع مناسب کسرهای وزنی پلاکت‌های‌گرافنی بین لایه‌ها، تولید پوسته‌های چندلایه ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوهای مختلف توزیع پلاکت‌های‌گرافنی در جهت ضخامت را ممکن می‌سازد. معمولترین الگوهای توزیع پلاکت‌های‌گرافنی، به صورت توزیع نوع UD ، X ، O و V می‌باشند. در پوسته‌های چندلایه با الگوی توزیع نوع UD کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی در همه لایه‌ها یکسان هستند. الگوی توزیع نوع X و O دارای توزیع‌های مدرج با سطح میانی متقارن هستند، که برای الگوی توزیع نوع X سطوح درونی و بیرونی غنی از پلاکت‌های‌گرافنی می‌باشند و برای الگوی توزیع O سطح میانی سرشار از پلاکت‌های‌گرافن می‌باشد و همچنین در مورد الگوی توزیع نوع V سطح داخلی پوسته غنی از پلاکت‌های‌گرافنی و سطح بیرونی پوسته بدون پلاکت می‌باشد. در شکل (۳-۲) الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی نشان داده شده است [۵۶].

شکل ۳-۲(الف) UD-type

شکل۳-۲(ب) X-type



شکل ۳-۲(ج) O-type

شکل ۳-۲(د) V-type

شکل ۳-۲ (الف-د): الگوی توزیع پلاکتهای‌گرافنی برای پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه-های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [۵۶]

در تمام موارد ذکر شده‌ی بالا مدول یانگ موثر E برای لایه‌های پوسته‌ی تقویت‌شده با پلاکتهای‌گرافنی با توجه به مدل میکرومکانیکی تعمیم یافته هالپین- تسای[1] تخمین زده می‌شود [۵۹-۵۷].

[1] Modified Halpin-Tsai micromechanical model

$$E^{(e)} = \left(\frac{3}{8}\frac{1+\zeta_L\eta_L V_{GPL}^{(e)}}{1-\eta_L V_{GPL}^{(e)}} + \frac{5}{8}\frac{1+\zeta_T\eta_T V_{GPL}^{(e)}}{1-\eta_T V_{GPL}^{(e)}}\right)E_m \qquad e = 1,2,\dots,N_L \qquad (۱-۳)$$

در اینجا، $V_{GPL}^{(e)}$ مخفف کسر حجمی GPL و Em مدول یانگ ماتریس هستند. $\xi_i, \eta_i (i = L, T)$ به ابعاد GPL بستگی دارند که در ادامه آورده شده‌اند [۵۲].

$$\xi_L = 2(a_{GPL}/t_{GPL}) = 2(a_{GPL}/b_{GPL})\,(b_{GPL}/t_{GPL}) \qquad (۲-۳)$$

$$\xi_T = 2(b_{GPL}/t_{GPL}) \qquad (۳-۳)$$

$$\eta_L = \frac{\left(\frac{E_{GPL}}{E_m}\right)-1}{\left(\frac{E_{GPL}}{E_m}\right)+\zeta_L} \qquad (۴-۳)$$

$$\eta_T = \frac{(E_{GPL}/E_m)-1}{(E_{GPL}/E_m)+\xi_T} \qquad (۵-۳)$$

که در اینجا a_{GPL} , b_{GPL} , t_{GPL} به ترتیب طول، عرض و ضخامت GPL می باشد. GPL و m به ترتیب به پلاکت‌های‌گرافنی و ماتریس بر می‌گردند. همچنین ξ_T و ξ_L و η_T و η_L به پارامترهای هندسی و مادی پلاکت‌های‌گرافنی مرتبط هستند.

سایر خواص موثر لایه‌های پوسته بر اساس قانون مخلوط‌ها تخمین زده می‌شوند [۵۷-۵۹].

$$\rho^{(e)} = \rho_m\, \nu_m^{(e)} + \rho_{GPL}\ \nu_{GPL}^{(e)} \qquad (۶-۳)$$

$$\nu^{(e)} = \nu_m\, \nu_m^{(e)} + \nu_{GPL}\ \nu_{GPL}^{(e)} \qquad (۷-۳)$$

$$c^{(e)} = c_m\, \nu_m^{(e)} + c_{GPL}\ \nu_{GPL}^{(e)} \qquad (۸-۳)$$

$$\alpha^{(e)} = \alpha_m\, \nu_m^{(e)} + \alpha_{GPL}\ \nu_{GPL}^{(e)} \qquad (۹-۳)$$

که در آن $\rho^{(e)}$ و $\nu^{(e)}$ و $c^{(e)}$ و $\alpha^{(e)}$ به ترتیب چگالی[1]، نسبت پواسون[2]، ظرفیت گرمایی ماده[3] و ضریب انبساط حرارتی[4] برای هر لایه می‌باشند.

بین $\nu_m^{(e)}$ و $\nu_{GPL}^{(e)}$ رابطه‌ای به صورت زیر برقرار می‌باشد:

$$\nu_m^{(e)} + \nu_{GPL}^{(e)} = 1 \qquad (۱۰-۳)$$

[1] Mass density
[2] Poissons ratio
[3] Specific heat capacity
[4] Thermal expansion coefficient

از آنجایی که کسر وزنی را می‌توان ساده‌تر از کسر حجمی اندازه‌گیری کرد، کسرحجمی را بر حسب کسر وزنی بیان می‌نماییم [۵۲]. یعنی:

$$v_{GPL}^{(e)} = \frac{w_{GPL}^{(e)}}{w_{GPL}^{(e)}+\left(\frac{\rho_{GPL}}{\rho_m}\right)\left(1-w_{GPL}^{(e)}\right)} \qquad (۱۱-۳)$$

که $w_{GPL}^{(e)}$ کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی مربوط به هر لایه می‌باشد.

پلاکت‌های فوق‌الذکر به صورت زیر توزیع می‌شوند [۵۲ و ۲۹].

$$w_{GPL}^{(e)} = \begin{cases} w_{GPL} & UD \\ 4\frac{w_{GPL}\left(\frac{N_L+1}{2}-\left|e-\frac{N_L+1}{2}\right|\right)}{(N_L+2)} & O-type \\ 4\frac{w_{GPL}\left(\frac{1}{2}+\left|e-\frac{N_L+1}{2}\right|\right)}{(N_L+2)} & X-type \\ \frac{2\,e\,w_{GPL}}{(N_L+1)} & V-type \end{cases} \quad e = 1,2,\dots,N_L \qquad (۱۲-۳)$$

که در اینجا w_{GPL} کسر وزنی همه پلاکت‌های‌گرافنی است که در تولید این پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی، مورد استفاده قرار گرفته است که مقدار ثابتی دارد و به عنوان داده‌های ورودی فرض می‌شود.

هدایت حرارتی موثر[1] لایه‌ی e اُم از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید [۶۱ و ۶۰].

$$\frac{k^{(e)}}{k_m} = \frac{2/3\left(V_{GPL}^{(e)}-1/p\right)^{\gamma}}{H(P)+1/(k_{GPL}/k_m-1)} + 1 \qquad (۱۳-۳)$$

که $p = a_{GPL}/t_{GPL}$ و γ پارامتر اتصال و $H(P)$ پارامتر هندسی بدون بعد به صورت زیر می‌باشد [۶۱ و ۶۰].

$$H(P) = \frac{ln\left(p+\sqrt{p^2}-1\right)p}{\sqrt{(p^2-1)^3}} - \frac{1}{p^2-1} \qquad (۱۴-۳)$$

[1] Effective thermal conductivity

۳-۴. تحلیل ترموالاستیک

در این قسمت تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری لورد- شولمن مورد بررسی قرار خواهد گرفت. فرض می‌شود که پوسته در دمای محیط عاری از هرگونه تنش اولیه باشد. وقتی پوسته تحت بارگذاری حرارتی - مکانیکی قرار می‌گیرد، تغییر شکل در آن ایجاد می‌شود و در نتیجه، تنش‌های حرارتی نیز در آن بوجود می‌آیند. جهت یافتن این تنش‌های حرارتی ابتدا بایستی توزیع درجه‌حرارت در پوسته محاسبه شود. از طرفی چون بارگذاری حرارتی به صورت ناگهانی بوده نمی‌توان از قانون هدایت حرارتی فوریه استفاده نمود و بایستی از تئوری‌های ترموالاستیسیته ممزوج بهره برد. یکی از این تئوری‌ها، تئوری ترموالاستیسیته لورد - شولمن می‌باشد که در این تئوری میدان دما و جابجایی به هم وابسته هستند و برای تحلیل ترموالاستیک بایستی معادله بقای انرژی و معادلات حرکت به صورت ممزوج حل شوند.

۳-۴-۱. روابط کرنش- جابجایی

به دلیل متقارن محوری بودن هندسه پوسته مخروطی ناقص و شرایط بارگذاری، روابط مشخصه و معادلات تعادل ترموالاستیک نیز مستقل از θ خواهند بود که روابط کرنش – جابجایی در هر لایه از پوسته به صورت زیر نوشته می‌شوند [۵۲].

$$\varepsilon_{rr}^{(e)} = \frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} \qquad (۱۵ - ۳)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{(e)} = \frac{u^{(e)}}{r} \qquad (۱۶ - ۳)$$

$$\varepsilon_{zz}^{(e)} = \frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} \qquad (۱۷ - ۳)$$

$$2\varepsilon_{rz}^{(e)} = \frac{\partial u^{(e)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(e)}}{\partial r} \qquad (۱۸ - ۳)$$

که در اینجا $u^{(e)}$ و $w^{(e)}$ به ترتیب مولفه‌های جابجایی در هر لایه از پوسته در راستای r و z هستند. همچنین $\varepsilon_{ij}{}^{(e)}$ مولفه‌های تنسور کرنش می‌باشند.

۳-۴-۲. روابط تنش- کرنش

روابط تنش – کرنش نیز در حالت متقارن محوری به صورت زیر بیان می‌گردند [۵۲]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr}^{(e)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(e)} \\ \sigma_{zz}^{(e)} \\ \sigma_{rz}^{(e)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{(e)} & C_{12}^{(e)} & C_{13}^{(e)} & 0 \\ C_{12}^{(e)} & C_{22}^{(e)} & C_{23}^{(e)} & 0 \\ C_{13}^{(e)} & C_{23}^{(e)} & C_{33}^{(e)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55}^{(e)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(e)} - \varepsilon_T^{(e)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(e)} - \varepsilon_T^{(e)} \\ \varepsilon_{zz}^{(e)} - \varepsilon_T^{(e)} \\ 2\varepsilon_{rz}^{(e)} \end{Bmatrix} \qquad (۱۹ - ۳)$$

که در معادله فوق $\varepsilon_T^{(e)}(=\int_{T0}^{T}\alpha^{(e)}dT)$ کرنش حرارتی در هر لایه، $\alpha^{(e)}$ ضریب انبساط‌حرارتی در هر لایه و $\sigma_{ij}^{(e)}$ مولفه‌های تنسور تنش در هر لایه می‌باشند. علاوه بر این $C_{ij}{}^{(e)}$ ضرائب الاستیک مواد که با $E^{(e)}$ و $\upsilon^{(e)}$ در لایه‌ها مرتبط هستند و به صورت زیر بیان می‌گردند [۵۲].

$$C_{11}^{(e)} = C_{22}^{(e)} = C_{33}^{(e)} = \frac{(1-\upsilon^{(e)})E^{(e)}}{(1+\upsilon^{(e)})(1-2\upsilon^{(e)})} \qquad (۲۰ - ۳)$$

$$C_{12}^{(e)} = C_{13}^{(e)} = C_{23}^{(e)} = \frac{\upsilon^{(e)}E^{(e)}}{(1+\upsilon^{(e)})(1-2\upsilon^{(e)})} \qquad (۲۱ - ۳)$$

$$C_{55}^{(e)} = \frac{E^{(e)}}{2(1+\upsilon^{(e)})} \qquad (۲۲ - ۳)$$

۳-۴-۳. معادله بقای انرژی لورد- شولمن

معادله بقای انرژی لورد- شولمن بصورت زیر نوشته می‌شود [۵۲].

$$\frac{1}{r}\,\partial/_{\partial r}\left(r\,k^{(e)}\,\frac{\partial\,T^{(e)}}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K^{(e)}\,\frac{\partial T^{(e)}}{\partial z}\right) = \rho^{(e)}\,c^{(e)}\left(\frac{\partial\,T^{(e)}}{\partial t} + \tau_\circ\frac{\partial^2 T^{(e)}}{\partial t^2}\right) +$$

$$\alpha^{(e)}\left(3\lambda^{(e)} + 2\mu^{(e)}\right)T_\circ\left(\tau_\circ\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial\,u^{(e)}}{\partial r} + \frac{u^{(e)}}{r} + \frac{\partial\,w^{(e)}}{\partial z}\right) \qquad (۲۳ - ۳)$$

اینجا $\lambda^{(e)} = \frac{E^{(e)}.\upsilon^{(e)}}{(1+\upsilon^{(e)})(1-2\upsilon^{(e)})}$ و $\mu^{(e)} = \frac{E^{(e)}}{2(1+\upsilon^{(e)})}$ ثوابت لامه‌ی الاستیک ترموالاستیسیته مربوط به لایه‌ی e اُم می‌باشند. $T_\circ$ دمای اولیه (بدون تنش)، t زمان و $\tau_\circ$ تاخیرزمانی مدل ترموالاستیسیته لورد- شولمن می‌باشند [۵۲].

۳-۴-۴. معادلات حرکت

معادلات حرکت در یک نقطه مادی دلخواه در سیستم مختصات استوانه‌ای به صورت زیر بیان می‌شوند [۴۳]:

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r} = \rho\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (۲۴ - ۳)$$

$$\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = \rho\,\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \qquad (۲۵ - ۳)$$

معادلات حرکت در هر لایه با جایگذاری روابط (۳-۱۵) تا (۳-۲۲) در روابط (۳-۲۴) و (۳-۲۵) به صورت زیر بیان می‌شوند.

در راستای u:

$$C_{11}^{(e)}\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial r^2}+\frac{C_{11}^{(e)}}{r}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r}+C_{55}^{(e)}\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial z^2}-\frac{C_{22}^{(e)}}{r}\frac{u^{(e)}}{r}+\left(C_{13}^{(e)}-C_{23}^{(e)}\right)\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z}+\left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial r\,\partial z}=\rho\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial t^2}+\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\partial/_{\partial r}\left(\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right) \qquad (۳-۲۶)$$

در راستای w:

$$\left(\frac{C_{23}^{(e)}+C_{55}^{(e)}}{r}\right)\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z}+\left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial r\,\partial z}+C_{55}^{(e)}\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial r^2}+\frac{C_{55}^{(e)}}{r}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}+C_{33}^{(e)}\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial z^2}=\rho\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial t^2}+\left(C_{31}^{(e)}+C_{32}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\partial/_{\partial z}\left(\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right) \qquad (۳-۲۷)$$

۳-۴-۵. شرایط مرزی، سازگاری و اولیه حرارتی

در این پایان‌نامه، تغییر سریع[1] دما در سطح داخلی و انتقال حرارت جابجایی[2] در سطح بیرونی پوسته به عنوان شرایط مرزی حرارتی در نظر گرفته می‌شوند [۵۲].

$$r=R_i^{(1)}=R_i:\ T^{(1)}=T_i\left(1-e^{-\frac{t}{t_\circ}}\right) \qquad (۳-۲۸)$$

$$r=R_\circ^{(NL)}=R_\circ:\ -k^{(NL)}\frac{\partial T^{(NL)}}{\partial r}=h_c\left(T^{(NL)}-T_\infty\right) \qquad (۳-۲۹)$$

$t_\circ$ مقدار بسیار کم ثابت زمانی، T_∞ دمای محیط بیرون پوسته و h_c ضریب انتقال حرارت جابجایی است.

از سوی دیگر انتقال‌حرارت در ابتدا و انتهای پوسته را می‌توان صرفنظر نمود که منجر به شرایط مرزی زیر می‌گردند [۵۲].

$$Z=0:\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial Z}=0 \qquad e=1,2,\dots,N_L \qquad (۳-۳۰)$$

$$Z=L\cos\beta:\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial Z}=0 \qquad e=1,2,\dots,N_L \qquad (۳-۳۱)$$

[1] transient
[2] Convection heat transfer

علاوه بر شرایط مرزی حرارتی، شرایط سازگاری حرارتی نیز در فصل مشترک دو لایه‌ی مجاور"e" و "$e+1$" در پوسته‌ی مورد نظر به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۵۲].

$$T^{(e)}\left(R_{\circ}^{(e)},t\right) = T^{(e+1)}\left(R_{i}^{(e+1)},t\right) \qquad e = 1,2,\dots,N_L-1 \qquad (۳۲-۳)$$

$$K^{(e)}\frac{\partial T^{(e)}}{\partial r}\Big|_{r=R_0^{(e)}} = K^{(e+1)}\frac{\partial T^{(e+1)}}{\partial r}\Big|_{r=R_i^{(e+1)}} \qquad e = 1,2,\dots,N_L-1 \qquad (۳۳-۳)$$

شرایط اولیه‌ی حرارتی نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۵۲].

$$T^{(e)}(r,z,0) = T_{\circ} \qquad e = 1,2,\dots\dots,N_L \qquad (۳۴-۳)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}(r,z,t)}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0 \qquad e = 1,2,\dots\dots,N_L \qquad (۳۵-۳)$$

در اینجا $T_{\circ}$ دمای سطح بیرونی پوسته می‌باشد.

۳-۴-۶. شرایط مرزی، سازگاری و اولیه مکانیکی

شرایط مرزی مکانیکی در ابتدا و انتهای پوسته ($z = 0$ و $z = Lcos\beta$) به صورت زیر قابل بیان خواهند بود [۵۲]:

$u^{(e)} = 0$ یا

$$n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} + C_{12}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r} + C_{13}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_z\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z} + C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right] = 0 \qquad (۳۶ \text{ و } ۳۷-۳)$$

$w^{(e)} = 0$ یا

$$n_z\left[C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} + C_{23}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r} + C_{33}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} - \left(C_{13}^{(e)} + C_{23}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_r\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z} + C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right] = 0 \qquad (۳۸ \text{ و } ۳۹-۳)$$

شرایط مرزی مکانیکی در سطح داخلی به صورت زیر قابل بیان می‌باشند [۵۲]:

$$n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} + C_{12}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r} + C_{13}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_z\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z} + C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right] = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ -Pi & t > 0 \end{cases} \qquad (۴۰-۳)$$

$$n_z\left[C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} + C_{23}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r} + C_{33}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} - \left(C_{13}^{(e)} + C_{23}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_r\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z} + C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right] = 0 \qquad (۴۱-۳)$$

همچنین شرایط مرزی در سطح خارجی به صورت زیر خواهند بود [۵۲]:

$$n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r}+C_{12}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r}+C_{13}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z}-\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+ n_z\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z}+C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right]=0 \qquad (۴۲-۳)$$

$$n_z\left[C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r}+C_{23}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r}+C_{33}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z}-\left(C_{13}^{(e)}+C_{23}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+ n_r\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z}+C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right]=0 \qquad (۴۳-۳)$$

n_r و n_z مولفه های بردار نرمال سطح به ترتیب در راستای r و z می‌باشند.

$$n_r=cos\beta \qquad (۴۴-۳)$$

$$n_z=sin\beta \qquad (۴۵-۳)$$

در فصل مشترک لایه‌ها نیز می‌بایستی شرایط سازگاری هندسی و نیرویی برقرار باشد که به صورت زیر نوشته می‌شوند [۵۲] :

$$u^{(e)}(R_o^{(e)},z,t)=u^{(e+1)}(R_i^{(e+1)},z,t) \qquad (۴۶-۳)$$

$$w^{(e)}(R_o^{(e)},z,t)=w^{(e+1)}(R_i^{(e+1)},z,t) \qquad (۴۷-۳)$$

$$\left\{n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r}+C_{12}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r}+C_{13}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z}-\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+ n_z\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z}+C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right]\right\}_{r=R_O{}^{(e)}}=\left\{n_r\left[C_{11}^{(e+1)}\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial r}+C_{12}^{(e+1)}\frac{u^{(e+1)}}{r}+ C_{13}^{(e+1)}\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial z}-\left(C_{11}^{(e+1)}+C_{12}^{(e+1)}+C_{13}^{(e+1)}\right)\alpha^{(e+1)}\Delta T^{(e+1)}\right]+ n_z\left[C_{55}^{(e+1)}\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial z}+C_{55}^{(e+1)}\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial r}\right]\right\}_{r=R_i^{(e+1)}} \qquad (۴۸-۳)$$

$$\left\{n_z\left[C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r}+C_{23}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r}+C_{33}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z}-\left(C_{13}^{(e)}+C_{23}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+ n_r\left[C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z}+C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r}\right]\right\}_{r=R_O{}^{(e)}}=\left\{n_z\left[C_{13}^{(e+1)}\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial r}+C_{23}^{(e+1)}\frac{u^{(e+1)}}{r}+ C_{33}^{(e+1)}\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial z}-\left(C_{13}^{(e+1)}+C_{23}^{(e+1)}+C_{33}^{(e+1)}\right)\alpha^{(e+1)}\Delta T^{(e+1)}\right]+ n_r\left[C_{55}^{(e+1)}\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial z}+C_{55}^{(e+1)}\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial r}\right]\right\}_{r=R_i^{(e+1)}} \qquad (۴۹-۳)$$

اینجا $e = 1,2,\dots,N_L - 1$ می باشد.

همچنین جابجایی و سرعت اولیه به صورت زیر درنظرگرفته می‌شوند [۵۲]:

$$u^{(e)}(r,z,0) = 0 \qquad (۵۰ - ۳)$$

$$w^{(e)}(r,z,0) = 0 \qquad (۵۱ - ۳)$$

$$\left.\frac{\partial u^{(e)}(r,z,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0 \qquad (۵۲ - ۳)$$

$$\left.\frac{\partial w^{(e)}(r,z,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0 \qquad (۵۳ - ۳)$$

انواع مختلف شرایط مرزی کلاسیک در ابتدا و انتهای پوسته را می‌توان با استفاده از معادلات (۳-۳۶) تا (۳-۳۹) بدست آورد که به صورت زیر قابل بیان خواهند بود [۵۲ و ۴۳]:

آزاد(f) :

$$C_{55}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial z} + C_{55}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial r} = 0 \qquad (۵۴ - ۳)$$

$$C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} + C_{23}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r} + C_{33}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} - (C_{13}^{(e)} + C_{23}^{(e)} + C_{33}^{(e)})\alpha\Delta T = 0 \qquad (۵۵ - ۳)$$

تکیه‌گاه ساده(s):

$$u^{(e)} = 0 \qquad (۵۶ - ۳)$$

$$C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial r} + C_{23}^{(e)}\frac{u^{(e)}}{r} + C_{33}^{(e)}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial z} - (C_{13}^{(e)} + C_{23}^{(e)} + C_{33}^{(e)})\alpha\Delta T = 0 \qquad (۵۷ - ۳)$$

گیردار(c):

$$u^{(e)} = 0 \qquad (۵۸ - ۳)$$

$$w^{(e)} = 0 \qquad (۵۹ - ۳)$$

اینجا $e = 1,2,\dots,N_L$ می‌باشد.

۳-۵. روش دیفرانسیل کوادریچر

در این پایان‌نامه برای گسسته‌سازی مشتقات مکانی در معادلات‌حاکم، شرایط مرزی و سازگاری مربوط، از روش دیفرانسیل‌کوادریچر استفاده می‌شود. روش دیفرانسیل‌کوادریچر از جمله روش‌های عددی است که در آن‌ها با استفاده از ضرایب وزنی، معادلات دیفرانسیلی حاکم به دسته‌ای از معادلات جبری تبدیل می‌شوند. بدین ترتیب که در هر نقطه، مشتق به صورت یک مجموع خطی از ضرایب وزنی و مقادیر تابع در آن نقطه و دیگر نقاط

دامنه و در جهت محورهای مختصات بیان می‌شود، که این نکته باعث می‌شود که همگرایی سریعتر اتفاق بیفتد و دقت روش بالاتر رود. این روش قابلیت حل انواع معادلات خطی و غیرخطی و مجموعه‌ای از معادلات ممزوج را داراست. مزیت روش دیفرانسیل‌کوادریچر نسبت به سایر روشهای عددی این است که با استفاده از گره‌های محاسباتی کم نیز نتایج عددی از دقت خوبی برخوردار است. به عنوان مثال تابع $f(\gamma)$ به گونه‌ای که $a_\gamma \leq \gamma \leq b_\gamma$ باشد در نظرگرفته می‌شود. با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر، مشتق n ام تابع مورد نظر به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\frac{\partial^n f(\gamma)}{\partial \gamma^n}\Big|_{\gamma=\gamma_i} = \sum_{j=1}^{N_\gamma} A_{ij}^{\gamma^{(n)}} f(\gamma_j) = \sum_{j=1}^{N_\gamma} A_{ij}^{\gamma^{(n)}} f_j \qquad (۶۰-۳)$$

$$i = 1,2,\dots N_\gamma, r = 1,2,\dots N_\gamma - 1$$

که $A_{ij}^{\gamma^{(n)}}$ تابع وزن مربوط به مشتق مرتبه n ام می‌باشد.

تعیین ضرایب وزن و انتخاب نقاط نمونه مهمترین بخش در استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر می‌باشد. یکی از روشهای به‌دست‌آوردن ضرایب وزن تقریب‌زدن آن است. تابع تقریب زده‌شده باید به اندازه کافی پیوسته و تا بالاترین درجه مشتق در معادله دیفرانسیل حاکم مشتق‌پذیر باشد. در این زمینه از توابع بسیاری می‌توان استفاده نمود که بهترین آنها استفاده از توابع چندجمله‌ای می‌باشد. در این پایان‌نامه به منظور تعیین ضرایب وزن از چندجمله ای لاگرانژ برای ضریب وزن مشتق اول در جهت γ استفاده شده است.

$$A_{ij}^{\gamma} = \begin{cases} \frac{1}{h_\gamma}\frac{M(\gamma_i)}{(\gamma_i-\gamma_j)M(\gamma_j)} & i \neq j \\ -\sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{N_\gamma} A_{ij}^{\gamma} & i = j \end{cases} \quad i,j = 1,2,\dots,N_\gamma \qquad (۶۱-۳)$$

که $M(\gamma_i) = \prod_{j=1, i\neq j}^{N_\gamma}(\gamma_i - \gamma_j)$ و $h_\gamma = b_\gamma - a_\gamma$ می‌باشد. ضرایب وزن، برای مشتق دوم به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$[B_{ij}^{\gamma}] = [A_{ij}^{\gamma}][A_{ij}^{\gamma}] = [A_{ij}^{\gamma}]^2 \qquad (۶۲-۳)$$

برای انتخاب نقاط نمونه نیز روش‌های مختلفی وجود دارد که در این پایان‌نامه از روش توزیع کسینوسی که ریشه‌های چندجمله ای چبایشف[1] هستند استفاده خواهد شد:

$$\gamma_i = a_\gamma + \frac{h_\gamma}{2}\left\{1 - cos\left[\frac{(i-1)\pi}{(N_\gamma - 1)}\right]\right\} \quad , i = 1,2,\dots,N_\gamma \qquad (۶۳-۳)$$

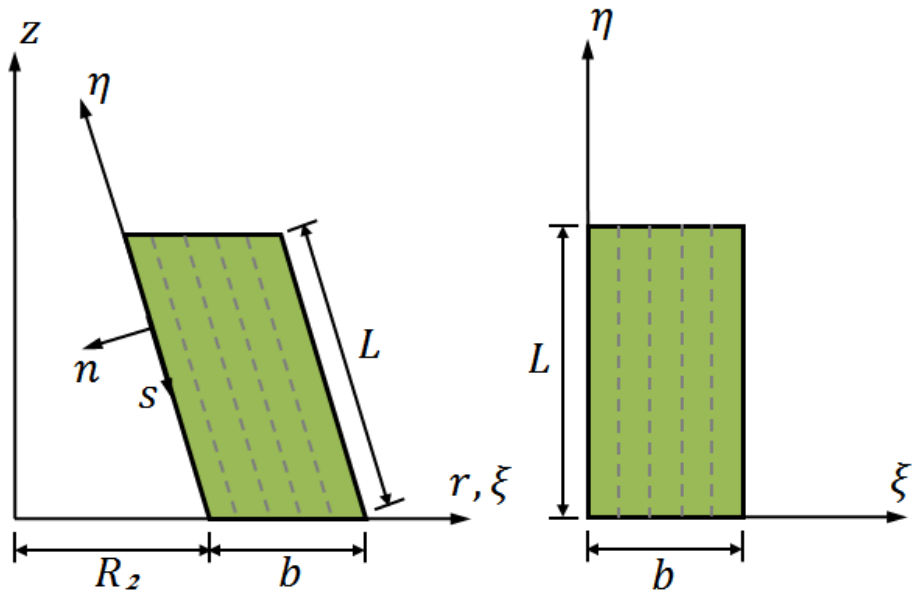
۳-۶. تبدیل دامنه

در این پایان‌نامه جهت حل معادلات حاکم از روش دیفرانسیل‌کوادریچر استفاده می‌شود. در این روش جهت حل معادلات حاکم به یک دامنه مستطیلی نیاز است. با توجه به هندسه پوسته مخروطی، دامنه فیزیکی به صورت متوازی‌الاضلاع بوده و نمی‌توان در این دامنه از روش مذکور استفاده نمود. به همین دلیل با

[1] Chebyshev polynomial

استفاده از تبدیل مختصات دامنه فیزیکی را به یک دامنه محاسباتی مستطیلی در مختصات (ξ,η,θ) تبدیل می‌کنیم (شکل(۳-۳)). جهت انتقال معادلات ازمختصات (r,z,θ) به مختصات (ξ,η,θ) ازقانون تبدیل خطی زیر استفاده می‌شود [۳] :

$$r = R_2 + \xi - \eta \sin\beta,\ \ z = \eta \cos\beta \qquad (۶۴ - ۳)$$



شکل۳-۳ (ب) دامنه محاسباتی [۵۲] شکل۳-۳ (الف) دامنه فیزیکی [۵۲]

که ξ و η محور های مختصات دامنه محاسباتی هستند.

مشتقات اول و دوم یک تابع نسبت به r و z را می‌توان طبق قانون زنجیری مشتق، بر حسب مشتقات اول و دوم نسبت به ξ و η نوشت [۳۶ و ۳].

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial\{\}}{\partial r} \\ \frac{\partial\{\}}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J_{11}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial\{\}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial\{\}}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \qquad (۶۵ - ۳)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2\{\}}{\partial r^2} \\ \frac{\partial^2\{\}}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2\{\}}{\partial r \partial z} \end{Bmatrix} = [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial\{\}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial\{\}}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + [J_{22}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2\{\}}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2\{\}}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2\{\}}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} \qquad (۶۶ - ۳)$$

که مولفه‌های ماتریس انتقال به صورت زیر هستند:

$$[J_{11}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix}, [J_{21}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} & \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} \qquad (۶۷ - ۳)$$

$$[J_{22}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} & 2\frac{\partial r}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} & 2\frac{\partial r}{\partial \eta}\frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial r}{\partial \xi}\frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta} & \left(\frac{\partial r}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta} + \frac{\partial r}{\partial \eta}\frac{\partial z}{\partial \xi}\right) \end{bmatrix} \qquad (۶۸ - ۳)$$

با جایگذاری روابط (۳-۶۴)، (۳-۶۷) و (۳-۶۸) در روابط (۳-۶۵) و (۳-۶۶) مشتقات اول و دوم در دو راستای ξ و η به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial \xi}, \frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}, \frac{\partial}{\partial z} = tan\,\beta \frac{\partial}{\partial \xi} + sec\,\beta \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = tan^2\beta \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + sec^2\beta \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + 2\,tan\,\beta\ sec\beta \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} = tan\beta \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + sec\beta \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \qquad (۶۹ - ۳)$$

در روش دیفرانسیل‌کوادریچر و با استفاده از دامنه محاسباتی، معادلات روی دامنه و مرز در دو راستای ξ و η تجزیه می‌شوند. که در هر نقطه (ξ_i, η_i) با $i = 1,2,\dots,N_\xi$ و $i = 1,2,\dots,N_\eta$ مشتقات اول و دوم جابجایی‌ها و دما روی دامنه محاسباتی به صورت زیر بیان می‌گردند:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial(\ )}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(\ )}{\partial \eta} \end{Bmatrix} |_{(\xi_i, \eta_i)} = \begin{Bmatrix} \sum_{k=1}^{N_\xi} A_{ik}^{\xi}(\ \ )_{kj} \\ \sum_{I=1}^{N_\eta} A_{jl}^{\eta}(\ \ )_{il} \end{Bmatrix} \qquad (۷۰ - ۳)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2(\ )}{\partial^2 \xi} \\ \frac{\partial^2(\ )}{\partial^2 \eta} \\ \frac{\partial^2(\ )}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} |_{(\xi_i, \eta_i)} = \begin{Bmatrix} \sum_{k=1}^{N_\xi} B_{ik}^{\xi}(\ \ )_{kj} \\ \sum_{I=1}^{N_\eta} B_{jl}^{\eta}(\ \ )_{il} \\ \sum_{k=1}^{N_\xi}\sum_{I=1}^{N_\eta} A_{ik}^{\xi} A_{jl}^{\eta}(\ \ )_{kl} \end{Bmatrix} \qquad (۷۱ - ۳)$$

A_{ij}^{α} و B_{ij}^{α} به ترتیب ضرایب وزن مشتقات مرتبه اول و دوم دیفرانسیل در راستای α $(\alpha = \xi, \eta)$ می‌باشند.

با توجه به اینکه در دامنه محاسباتی $0 \le \xi \le h\,sec\,\beta$ و $0 \le \eta \le L$ ضرایب وزن برای مشتقات اول در دو راستای ξ و η به صورت زیر می‌باشند:

$$A_{ij}^{\xi}=\begin{cases}\frac{1}{h\,sec\beta}\cdot\frac{M(\xi_i)}{(\xi_i-\xi_j)M(\xi_i)} & for\quad i\neq j\\ -\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{N_\xi}A_{ij}^{\xi} & for\quad i=j\end{cases}\qquad i,j=1,2,\dots N_\xi \qquad (۷۲-۳)$$

$$A_{ij}^{\eta}=\begin{cases}\frac{1}{L}\cdot\frac{M(\eta_i)}{(\eta_i-\eta_j)M(\eta_i)} & for\quad i\neq j\\ -\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{N_\eta}A_{ij}^{\eta} & for\quad i=j\end{cases}\qquad i,j=1,2,\dots N_\eta \qquad (۷۳-۳)$$

برای انتخاب نقاط گرهی می‌توان از توزیع کسینوسی که ریشه‌های چندجمله ای چبایشف هستند، استفاده نمود [۳]:

$$\frac{\xi_i}{h\,sec\beta}=\frac{1}{2}\left\{1-cos\left[\frac{(i-1)\pi}{(N_\xi-1)}\right]\right\}\qquad for\qquad i=1,2,\dots,N_\xi \qquad (۷۴-۳)$$

$$\frac{\eta_i}{L}=\frac{1}{2}\left\{1-cos\left[\frac{(i-1)\pi}{(N_\eta-1)}\right]\right\}\qquad for\qquad i=1,2,\dots\dots,N_\eta \qquad (۷۵-۳)$$

۳-۷. حل معادلات حاکم

در این قسمت به گسسته‌سازی معادله بقای انرژی لورد – شولمن، معادلات حرکت، شرایط مرزی و سازگاری حرارتی و همچنین شرایط مرزی و سازگاری مکانیکی بر اساس روش دیفرانسیل‌کوادریچر خواهیم پرداخت.

۳-۷-۱. حل معادله بقای انرژی لورد – شولمن

در بخش ۳-۴-۳ معادله بقای انرژی لورد – شولمن ارائه گردید. در این قسمت با جایگذاری معادلات (۳-۶۴) و (۳-۶۹) در معادله (۳-۲۳)، معادله بقای انرژی لورد – شولمن به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$K^{(e)}(1+tg^2\beta)\frac{\partial^2T^{(e)}}{\partial\xi^2}+\frac{K^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi}+K^{(e)}sec^2\beta\frac{\partial^2T^{(e)}}{\partial\eta^2}+$$
$$2K^{(e)}tg\beta\,sec\beta\frac{\partial^2T^{(e)}}{\partial\xi\partial\eta}=$$
$$\rho^{(e)}c^{(e)}\left(\frac{\partial T^{(e)}}{\partial t}+\tau_\circ\frac{\partial^2T^{(e)}}{\partial t^2}\right)+\alpha^{(e)}\left(3\lambda^{(e)}+2\mu^{(e)}\right)T_\circ\left(\tau_\circ\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial u^{(e)}}{\partial\xi}+\right.$$
$$\left.\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial\xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial\eta}\right) \qquad (۷۶-۳)$$

۳-۷-۲. حل معادلات حرکت

در بخش ۳-۴-۴ معادلات حرکت در هر لایه ارائه گردید. در این قسمت با جایگذاری (۳-۶۴) و (۳-۶۹) در معادلات (۳-۲۶) و (۳-۲۷) معادلات حرکت به صورت زیر حاصل خواهند شد:

در راستای u:

$$C_{11}^{(e)}\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial\xi^2}+\frac{C_{11}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial\xi}+ C_{55}^{(e)}\left(tg^2\beta\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial\xi^2}+sec^2\beta\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial\eta^2}+2\,tg\beta\,sec\beta\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial\xi\partial\eta}\right)-\frac{C_{22}^{(e)}\,u_{ij}^{(e)}}{(R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta)^2}+ \frac{\left(C_{13}^{(e)}-C_{23}^{(e)}\right)}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}\left[tg\beta\,\frac{\partial w^{(e)}}{\partial\xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial\eta}\right]+\left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)\left[tg\beta\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial\xi^2}+ sec\beta\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial\xi\partial\eta}\right]=\rho\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial t^2}+\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi} \qquad (۷۷-۳)$$

در راستای w:

$$\left(\frac{C_{23}^{(e)}+C_{55}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}\right)\left[tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial\xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial\eta}\right]+\left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)\left[tg\beta\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial\xi^2}+sec\beta\frac{\partial^2 u^{(e)}}{\partial\xi\partial\eta}\right]+ C_{55}^{(e)}\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial\xi^2}+\frac{C_{55}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}\frac{\partial w^{(e)}}{\partial\xi}+ C_{33}^{(e)}\left[tg^2\beta\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial\xi^2}+sec\beta\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial\eta^2}+2\,tg\beta\,sec\beta\,\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial\xi\partial\eta}\right]=\rho\frac{\partial^2 w^{(e)}}{\partial t^2}+\left(C_{31}^{(e)}+C_{32}^{(e)}+ C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\left[tg\beta\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi}+sec\beta\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\eta}\right] \qquad (۷۸-۳)$$

۳-۷-۳. حل شرایط مرزی و سازگاری حرارتی

در بخش ۳-۴-۵ شرایط مرزی و سازگاری حرارتی ارائه گردید. در این قسمت با جایگذاری (۳-۶۴) و (۳-۶۹) در معادلات (۳-۲۸) تا (۳-۳۳) شرایط مرزی و سازگاری حرارتی به صورت زیر حاصل خواهند شد:

برای شرایط مرزی حرارتی در سطوح داخلی و خارجی خواهیم داشت:

$$\xi=0\rightarrow T^{(1)}=T_i(1-e)^{-t/t_\circ} \qquad (۷۹-۳)$$

$$\xi=hsec\beta\rightarrow -k^{(NL)}\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi}=h_c\left(T^{(NL)}-T_\infty\right) \qquad (۸۰-۳)$$

همچنین شرایط مرزی حرارتی در ابتدا و انتهای پوسته نیز به صورت زیر قابل بیان خواهد بود:

$$Z=0\,,Lcos\beta:\,tg\beta\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi}+sec\beta\,\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\eta}=0 \qquad (۸۱-۳)$$

علاوه بر شرایط مرزی حرارتی، شرایط سازگاری حرارتی در فصل مشترک دولایه مجاور نیز به صورت زیر قابل بیان خواهند بود:

$$T^{(e)}\left(R_\circ^{(e)},t\right)=T^{(e+1)}\left(R_i^{(e+1)},t\right) \qquad e=1,2,\dots,N_L-1 \qquad (۸۲-۳)$$

$$K^{(e)}\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi}\Big|_{r=R_0^{(e)}}=K^{(e+1)}\frac{\partial T^{(e+1)}}{\partial\xi}\Big|_{r=R_i^{(e+1)}} \qquad e=1,2,\dots,N_L-1 \qquad (۸۳-۳)$$

۳-۷-۴. حل شرایط مرزی و سازگاری مکانیکی

در بخش ۳-۴-۶ شرایط مرزی و سازگاری مکانیکی ارائه گردید. در این قسمت با جایگذاری (۳-۶۴) و (۳-۶۹) در معادلات (۳-۳۶) تا (۳-۴۹) شرایط مرزی و سازگاری مکانیکی به صورت زیر حاصل خواهند شد:

شرایط مرزی مکانیکی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت زیر قابل بیان خواهند بود:

$u^{(e)} = 0$ یا

$$n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + C_{12}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta} + C_{13}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta}) - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_z\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta} + \frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right] = 0 \qquad (۳-۸۴ \text{ و } ۸۵)$$

$w^{(e)} = 0$ یا

$$n_z\left[C_{31}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + C_{32}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta} + C_{33}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta}) - \left(C_{31}^{(e)} + C_{32}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_r\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta} + \frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right] = 0 \qquad (۳-۸۶ \text{ و } ۸۷)$$

همچنین شرایط مرزی مکانیکی در سطح داخلی به صورت زیر تبدیل خواهند شد:

$$n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + C_{12}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta} + C_{13}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta}) - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_z\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta} + \frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right] = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ -Pi & t > 0 \end{cases} \qquad (۳-۸۸)$$

$$n_z\left[C_{31}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + C_{32}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta} + C_{33}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta}) - \left(C_{31}^{(e)} + C_{32}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right] + n_r\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi} + sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta} + \frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right] = 0 \qquad (۳-۸۹)$$

شرایط مرزی مکانیکی در سطح خارجی نیز به صورت زیر قابل بیان خواهند بود:

$$n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+C_{12}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+C_{13}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta})-\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+n_z\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta}+\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right]=0 \qquad (۹۰-۳)$$

$$n_z\left[C_{31}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+C_{32}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+C_{33}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta})-\left(C_{31}^{(e)}+C_{32}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+n_r\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta}+\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right]=0 \qquad (۹۱-۳)$$

در فصل مشترک لایه‌ها نیز شرایط سازگاری هندسی و نیرویی به صورت زیر نوشته خواهند شد:

$$u^{(e)}\left(R_O^{(e)},z,t\right)=u^{(e+1)}\left(R_i^{(e+1)},z,t\right) \qquad (۹۲-۳)$$

$$w^{(e)}(R_O^{(e)},z,t)=w^{(e+1)}(R_i^{(e+1)},z,t) \qquad (۹۳-۳)$$

$$\left\{n_r\left[C_{11}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+C_{12}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+C_{13}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta})-\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+n_z\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta}+\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right]\right\}_{r=R_O^{(e)}}=$$
$$\left\{n_r\left[C_{11}^{(e+1)}\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial \xi}+C_{12}^{(e+1)}\frac{u_{ij}^{(e+1)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+C_{13}^{(e+1)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial \eta})-\left(C_{11}^{(e+1)}+C_{12}^{(e+1)}+C_{13}^{(e+1)}\right)\alpha^{(e+1)}\Delta T^{(e+1)}\right]+n_z\left[C_{55}^{(e+1)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial \eta}+\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial \xi}]\right]\right\}_{r=R_i^{(e+1)}} \qquad (۹۴-۳)$$

$$\left\{n_z\left[C_{13}^{(e)}\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+C_{23}^{(e)}\frac{u_{ij}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+C_{33}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \eta})-\left(C_{13}^{(e)}+C_{23}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+n_r\left[C_{55}^{(e)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e)}}{\partial \eta}+\frac{\partial w^{(e)}}{\partial \xi})\right]\right\}_{r=R_O^{(e)}}=$$
$$\left\{n_z\left[C_{13}^{(e+1)}\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial \xi}+C_{23}^{(e+1)}\frac{u_{ij}^{(e+1)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}+C_{33}^{(e+1)}(tg\beta\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial \eta})-\left(C_{13}^{(e+1)}+C_{23}^{(e+1)}+C_{33}^{(e+1)}\right)\alpha^{(e+1)}\Delta T^{(e+1)}\right]+n_r\left[C_{55}^{(e+1)}(tg\beta\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial \xi}+sec\beta\frac{\partial u^{(e+1)}}{\partial \eta}+\frac{\partial w^{(e+1)}}{\partial \xi})\right]\right\}_{r=R_i^{(e+1)}} \qquad (۹۵-۳)$$

این‌جا $e=1,2,\dots,N_L-1$ می‌باشد

با جایگذاری روابط (۳-۷۰) و (۳-۷۱) در روابط (۳-۷۶) تا (۳-۷۸) معادله بقای انرژی لورد – شولمن و معادلات حرکت به صورت زیر قابل بیان خواهند بود:

معادله بقای انرژی:

$$K^{(e)}(1+tg^2\beta)\sum_{m=1}^{N\xi} B_{im}{}^{\xi}\ T_{mj}{}^{(e)} + \frac{k^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta}\sum_{m=1}^{N\xi} A_{im}{}^{\xi}\ T_{mj}{}^{(e)} + K^{(e)} sec^2\beta$$

$$\sum_{n=1}^{N\xi} B_{jn}{}^{\eta}\ T_{in}{}^{(e)} + 2\,k^{(e)}\,sec\,\beta\,tg\beta\sum_{m=1}^{N\xi} A_{in}{}^{\xi}\ A_{jm}{}^{\eta}\ T_{mn}{}^{(e)} =$$

$$\rho^{(e)}c^{(e)}\left(\frac{\partial T^{(e)}}{\partial t}+\tau_\circ\frac{\partial^2 T^{(e)}}{\partial t^2}\right)+\alpha^{(e)}T_\circ\left(3\lambda^{(e)}+2\mu^{(e)}\right)\left(\tau_\circ\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial}{\partial t}\right)$$

$$\left(\sum_{m=1}^{N\xi} A_{im}{}^{\xi}u_{mj}{}^{(e)} + \frac{u_{ij}{}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_J sin\beta} + tg\beta\ \sum_{m=1}^{N\xi} A_{im}{}^{\xi}\ w_{mj}{}^{(e)} + sec\beta\sum_{n=1}^{N\eta} A_{ik}{}^{\eta} w_{kl}{}^{(e)}\right) \qquad (۳-۹۶)$$

معادله (u):

$$\left(C_{11}^{(e)}+C_{55}^{(e)}tg^2\beta\right)\sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)} + \frac{C_{11}^{(e)}}{r}\sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)} + C_{55}^{(e)}\ sec^2\beta$$

$$\sum_{n=1}^{N_\eta} B_{jn}^{\eta}u_{in}^{(e)} + 2C_{55}^{(e)}sec\beta\ tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}\sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^{\xi}A_{jn}^{\eta}\ u_{mn}^{(e)} - \frac{C_{22}^{(e)}}{\left(R_2+\xi_i-\eta_j\,sin\,\beta\right)^2}$$

$$u_{ij}^{(e)} + \left(\frac{C_{13}^{(e)}-C_{23}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\,sin\,\beta}\right)tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)} + \left(\frac{C_{13}^{(e)}-C_{23}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\,sin\,\beta}\right)\ sec\beta$$

$$\sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e)} + \left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)} + \left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)sec\beta$$

$$\sum_{m=1}^{N_\xi}\sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^{\xi}A_{jn}^{\eta}\ w_{mn}^{(e)} = \left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\frac{\partial T^{(e)}}{\partial\xi} + \rho\ \frac{\partial^{(2)}u^{(e)}}{\partial t^{(2)}} \qquad (۳-۹۷)$$

معادله (w):

$$\left(\frac{C_{23}^{(e)}+C_{55}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\,sin\,\beta}\right)tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi}\ u_{mj}^{(e)} + \left(\frac{C_{23}^{(e)}+C_{55}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\,sin\,\beta}\right)sec\beta$$

$$\sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta}\ u_{in}^{(e)} + \left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)} + \left(C_{13}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\right)sec\beta$$

$$\sum_{m=1}^{N_\xi}\sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^{\xi}A_{jn}^{\eta}\ u_{mn}^{(e)} + C_{55}^{(e)}\ \sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)} + \frac{C_{55}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\,sin\,\beta}$$

$$\sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\ tg^2\beta\sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\ sec^2\sum_{m=1}^{N_\eta} B_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e)} +$$

$$2C_{33}^{(e)} sec\beta\ tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^{\xi} A_{jn}^{\eta}\, w_{mn}^{(e)} = \rho \frac{\partial^{(2)} w^{(e)}}{\partial t^{(2)}} + \left(C_{31}^{(e)} + C_{32}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}$$

$$\left[tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi}\, Tmj^{(e)} + sec\,\beta \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta}\ Tin^{(e)}\right] \qquad (۹۸-۳)$$

همچنین با جایگذاری روابط (۳-۷۰) و (۳-۷۱) در روابط (۳-۷۹) تا (۳-۸۳) شرایط مرزی و سازگاری حرارتی به صورت زیر بیان خواهند شد:

شرایط مرزی حرارتی.

$$\xi = 0 \rightarrow T^{(1)} = T_i (1-e)^{-t/t_\circ} \qquad (۹۹-۳)$$

$$\xi = hsec\beta \rightarrow -k^{(NL)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} T_{mj}^{(e)} = h_c\left(T^{(NL)} - T_\infty\right) \qquad (۱۰۰-۳)$$

علاوه بر این، برای شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته خواهیم داشت:

$$tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} T_{mj}^{(e)} + sec\beta \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\xi} T_{in}^{(e)} = 0 \qquad (۱۰۱-۳)$$

شرایط سازگاری حرارتی.

$$T_{ij}^{(e)}\Big|_{i=N_\xi^{(e)}} = T_{ij}^{(e+1)}\Big|_{i=1} \qquad (۱۰۲-۳)$$

$$k^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} T_{mj}^{(e)}\Big|_{i=N_\xi^{(e)}} = K^{(e+1)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} T_{mj}^{(e+1)}\Big|_{i=1} \qquad (۱۰۳-۳)$$

اینجا $e = 1,2,\dots,N_L - 1$ می باشد.

با جایگذاری روابط (۳-۷۰) و (۳-۷۱) در روابط (۳-۸۴) تا (۳-۹۵) شرایط مرزی و سازگاری مکانیکی به صورت زیر بیان خواهند شد:

شرایط مرزی مکانیکی.

برای شرایط مرزی مکانیکی در ابتدا و انتهای پوسته خواهیم داشت:

$u^{(e)} = 0$ یا

$$n_r\left[C_{11}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + \frac{C_{12}^{(e)}}{R_2 + \xi_i - \eta_j \sin\beta} . u_{ij}^{(e)} + C_{13}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} w_{mj}^{(e)} + C_{13}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} w_{in}^{(e)} - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)} \Delta T^{(e)}\right] +$$

$$n_z\left[C_{55}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + C_{55}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\eta} u_{in}^{(e)} + C_{55}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\xi} w_{mj}^{(e)}\right] = 0 \qquad e = 1,2,\dots,N_L$$

(۳ − ۱۰۴ و ۱۰۵)

$w^{(e)} = 0$ یا

$$n_z\left[C_{13}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + \frac{C_{23}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j \sin\beta} u_{ij}^{(e)} + C_{33}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} w_{mj}^{(e)} + C_{33}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} w_{in}^{(e)} - \left(C_{13}^{(e)} + C_{23}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)} \Delta T^{(e)}\right] + n_r\left[C_{55}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + C_{55}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} u_{in}^{(e)} + C_{55}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\xi} w_{mj}^{(e)}\right] = 0 \qquad e = 1,2,\dots,N_L$$

(۳ − ۱۰۶ و ۱۰۷)

همچنین در $r = R_i$ داریم:

$$n_r\left[C_{11}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + \frac{C_{12}^{(e)}}{R_{ib}+\xi_i-\eta_j \sin\beta} u_{ij}^{(e)} + C_{13}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} w_{mj}^{(e)} + C_{13}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} w_{in}^{(e)} - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)} \Delta T^{(e)}\right] + n_z\left[C_{55}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + C_{55}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\eta} u_{in}^{(e)} + C_{55}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\xi} w_{mj}^{(e)}\right] = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ -Pi & t > 0 \end{cases} \qquad e = 1,2,\dots,N_L$$

(۳ − ۱۰۸)

$$n_z\left[C_{13}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + \frac{C_{23}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j \sin\beta} u_{ij}^{(e)} + C_{33}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} w_{mj}^{(e)} + C_{33}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} w_{in}^{(e)} - \left(C_{13}^{(e)} + C_{23}^{(e)} + C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)} \Delta T^{(e)}\right] + n_r\left[C_{55}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + C_{55}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} u_{in}^{(e)} + C_{55}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\xi} w_{mj}^{(e)}\right] = 0 \qquad e = 1,2,\dots,N_L$$

(۳ − ۱۰۹)

در r= Ro نیز داریم:

$$n_r\left[C_{11}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + \frac{C_{12}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j \sin\beta} . u_{ij}^{(e)} + C_{13}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} w_{mj}^{(e)} + C_{13}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\eta} A_{jn}^{\eta} w_{in}^{(e)} - \left(C_{11}^{(e)} + C_{12}^{(e)} + C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)} \Delta T^{(e)}\right] + n_z\left[C_{55}^{(e)} tg\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^{\xi} u_{mj}^{(e)} + C_{55}^{(e)} sec\beta \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\eta} u_{in}^{(e)} + C_{55}^{(e)} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{jn}^{\xi} w_{mj}^{(e)}\right] = 0 \qquad e = 1,2,\dots,N_L$$

(۳ − ۱۱۰)

$$n_z\left[C_{13}^{(e)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)}+\frac{C_{23}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\sin\beta}u_{ij}^{(e)}+C_{33}^{(e)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)}+\right.$$
$$\left.C_{33}^{(e)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e)}-\left(C_{13}^{(e)}+C_{23}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+$$
$$n_r\left[C_{55}^{(e)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)}+C_{55}^{(e)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}u_{in}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{jn}^{\xi}w_{mj}^{(e)}\right]=$$
$$0 \qquad e=1,2,\dots,N_L \qquad (۱۱۱-۳)$$

شرایط سازگاری مکانیکی.

$$u_{ij}^{(e)}\Big|_{i=N_\xi^{(e)}}=u_{ij}^{(e+1)}\Big|_{i=1} \qquad (۱۱۲-۳)$$

$$w_{ij}^{(e)}\Big|_{i=N_\xi^{(e)}}=w_{ij}^{(e+1)}\Big|_{i=1} \qquad (۱۱۳-۳)$$

$$\Big\{n_r\left[C_{11}^{(e)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)}+\frac{C_{12}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\sin\beta}u_{ij}^{(e)}+\right.$$
$$\left.C_{13}^{(e)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)}+C_{13}^{(e)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e)}-\left(C_{11}^{(e)}+C_{12}^{(e)}+C_{13}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+$$
$$n_z\left[C_{55}^{(e)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)}+C_{55}^{(e)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}u_{in}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{jn}^{\xi}w_{mj}^{(e)}\right]\Big\}_{i=N_\xi^{(e)}}=$$
$$\Big\{n_r\left[C_{11}^{(e+1)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e+1)}+\frac{C_{12}^{(e+1)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\sin\beta}u_{ij}^{(e+1)}+C_{13}^{(e+1)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e+1)}+\right.$$
$$\left.C_{13}^{(e+1)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e+1)}-\left(C_{11}^{(e+1)}+C_{12}^{(e+1)}+C_{13}^{(e+1)}\right)\alpha^{(e+1)}\Delta T^{(e+1)}\right]+$$
$$n_z\left[C_{55}^{(e+1)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e+1)}+\right.$$
$$\left.C_{55}^{(e+1)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}u_{in}^{(e+1)}+C_{55}^{(e+1)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{jn}^{\xi}w_{mj}^{(e+1)}\right]\Big\}_{i=1} \qquad (۱۱۴-۳)$$

$$\Big\{n_z\left[C_{13}^{(e)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)}+\frac{C_{23}^{(e)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\sin\beta}u_{ij}^{(e)}+\right.$$
$$\left.C_{33}^{(e)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e)}+C_{33}^{(e)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e)}-\left(C_{13}^{(e)}+C_{23}^{(e)}+C_{33}^{(e)}\right)\alpha^{(e)}\Delta T^{(e)}\right]+$$
$$n_r\left[C_{55}^{(e)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e)}+C_{55}^{(e)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}u_{in}^{(e)}+C_{55}^{(e)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{jn}^{\xi}w_{mj}^{(e)}\right]\Big\}_{i=N_\xi^{(e)}}=$$
$$\Big\{n_z\left[C_{13}^{(e+1)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e+1)}+\frac{C_{23}^{(e+1)}}{R_2+\xi_i-\eta_j\sin\beta}.u_{ij}^{(e+1)}+C_{33}^{(e+1)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}w_{mj}^{(e+1)}+\right.$$
$$\left.C_{33}^{(e+1)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}w_{in}^{(e+1)}-\left(C_{13}^{(e+1)}+C_{23}^{(e+1)}+C_{33}^{(e+1)}\right)\alpha^{(e+1)}\Delta T^{(e+1)}\right]+$$
$$n_r\left[C_{55}^{(e+1)}tg\beta\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{im}^{\xi}u_{mj}^{(e+1)}+\right.$$
$$\left.C_{55}^{(e+1)}sec\beta\sum_{m=1}^{N_\eta}A_{jn}^{\eta}u_{in}^{(e+1)}+C_{55}^{(e+1)}\sum_{m=1}^{N_\xi}A_{jn}^{\xi}w_{mj}^{(e+1)}\right]\Big\}_{i=1} \qquad (۱۱۵-۳)$$

این‌جا $e = 1,2, \dots, N_L - 1$ می‌باشد.

پس از استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر و تجزیه تمامی معادلات و شرایط مرزی و سازگاری (در قسمت قبل انجام شد)، معادله بقای انرژی لورد - شولمن و معادلات حرکت همراه با شرایط مرزی و سازگاری مربوط به فرم ماتریسی به صورت زیر قابل بیان خواهند بود.

$$[M]\frac{d^2}{dt^2}\{D\} + [C]\frac{d}{dt}\{D\} + [K]\{D\} = \{f(t)\} \qquad (۱۱۶ - ۳)$$

اینجا $\{D\}$ بردار درجات آزادی مربوط به دما و مولفه‌های جابجایی هستند که به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\{D\} = \left[[T]^{(e)} \qquad [U]^{(e)} \qquad [W]^{(e)}\right]$$

$[K]$ و $[C]$ و $[M]$ به ترتیب ماتریس سفتی، ماتریس میرایی ترموالاستیک و ماتریس جرم هستند.

در پایان، با استفاده از حل زمانمند به کمک روش نیومارک، معادله بالا با توجه به شرایط اولیه در هر گام زمانی حل خواهد گردید. سپس می‌توان توزیع دما و مولفه‌های جابجایی را بدست آورد. مولفه های تنش در هر لایه از پوسته را نیز می‌توان به کمک روابط مشخصه محاسبه نمود. روش نیومارک به صورت مختصر در پیوست الف توضیح داده شده است.

فصل چهارم: یافته‌های پژوهش

۴-۱. مقدمه

در این فصل به بررسی همگرایی و صحت‌سنجی و مطالعات پارامتری رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری لود – شولمن پرداخته خواهدشد. در ابتدا همگرایی و سپس مقایسه‌ی نتایج انجام خواهد شد و در قسمت بعد تأثیر عوامل مختلف بر رفتار ترمو - مکانیکی پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی مورد بررسی قرار خواهدگرفت. نتایج عددی بر اساس معادلات به دست آمده در فصل سوم و با استفاده از نرم‌افزار متلب استخراج خواهد شد. در حالت کلی تعداد کل لایه‌ها و ضخامت هر کدام قابل تغییر می‌باشد. در این‌جا بدون کاسته شدن از کلیات مسئله، پوسته‌ی مخروطی ناقص چندلایه با چهار نوع لایه‌بندی مختلف در نظر گرفته شده‌است. همچنین جهت سهولت ارائه‌ی نتایج ضخامت لایه‌ها یکسان فرض شده‌است. مشخصات مدل‌های مورد بررسی و لایه‌بندی آن‌ها در فصل سوم بیان شده‌است. در این قسمت به منظور مقایسه نتایج بدست‌آمده با جواب‌های موجود و همچنین برای ارائه نتایج جدید برای جابجایی شعاعی و تنش‌های ایجاد شده و توزیع دما از کمیت‌های بی‌بعد زیر استفاده شده‌است [۵۲].

$$Fo = \frac{t\,\hat{\alpha}\,gpl}{{R_m}^2},\ \tau = \sqrt{\frac{\tau o\,\hat{\alpha}}{{R_m}^2}},\ T^* = \frac{T-T\infty}{T\infty},\ \cup = \frac{u\,£\,G\rho L}{(1-\upsilon gpl)Rm\bar{E}},\ \varsigma = \frac{\xi}{b}$$

$$\sum_{ij} = \frac{(1+\upsilon gpl)}{\bar{E}}\sigma_{ij}$$

$\hat{\alpha}$ =K/PC ضریب نفوذپذیری حرارتی پوسته‌های مخروطی با توزیع یکنواخت پلاکت‌های‌گرافنی است و

$\bar{E} = E_{G\rho L}.\alpha_{G\rho L}.T\infty$. ابعاد پلاکت‌گرافنی و مشخصات هندسی و پارامترهای فیزیکی مخروط ناقص مطابق مرجع [۵۲] به صورت زیر در نظر گرفته شده‌است.

$$a_{\mathrm{GPL}} = 2.5(\mu m)\ ,\ b_{\mathrm{GPL}} = 1.5(\mu m)\ ,\ t_{\mathrm{GPL}} = 1.5(nm)\ ,\ R_m = 1(m),\ L = 2(m)$$

$$h = 0.2(m),\ Ti = 500(K),\ To = T\infty = 300(k),\ h_c = 10\left(\frac{w}{m^2k}\right)$$

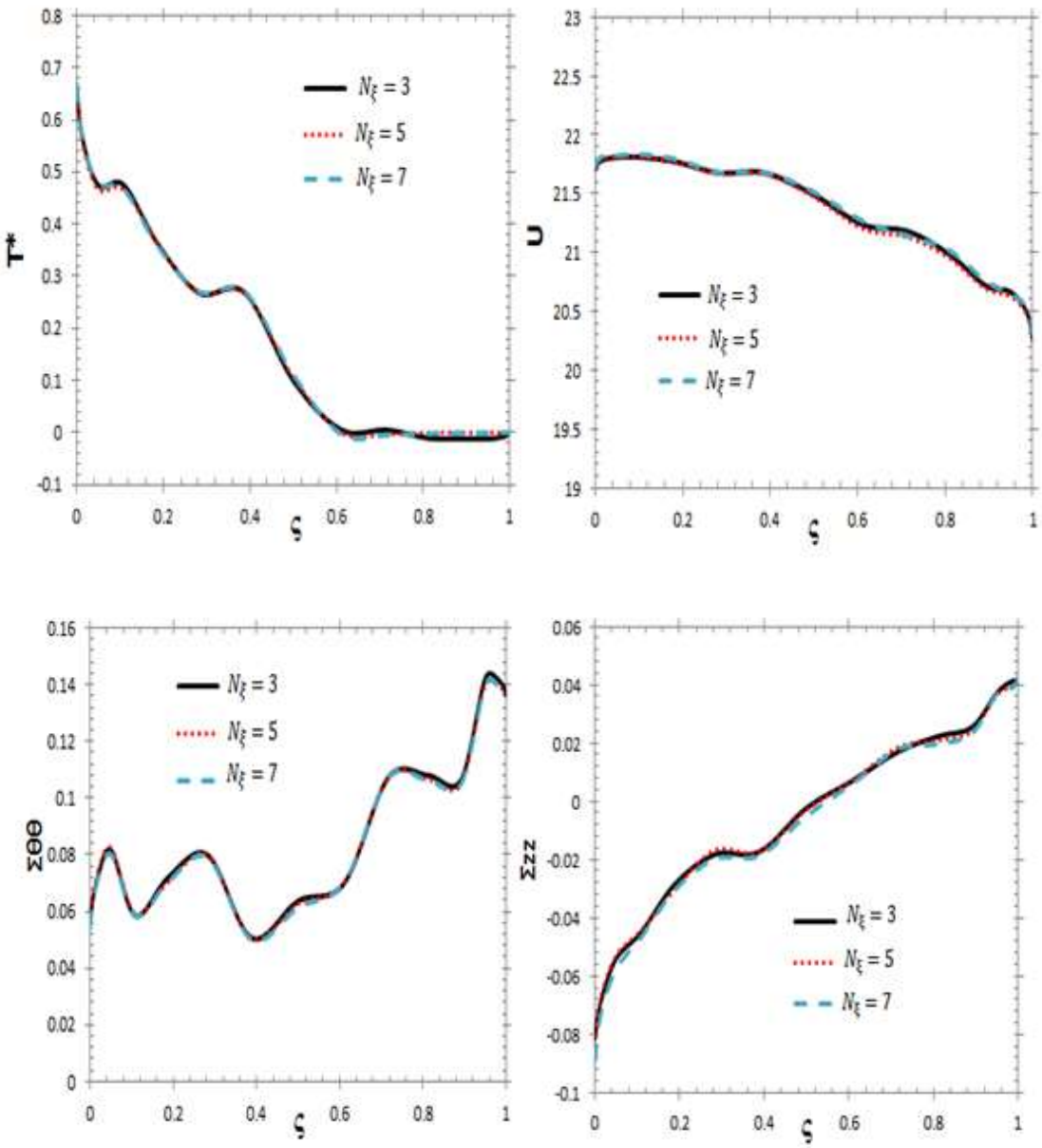
$$t_0 = 2(s),\ \gamma = 0.5$$

نتایج با توجه به مشخصات هندسی فوق‌الذکر و جدول شماره (۴-۱) بدست خواهندآمد.

۴-۲. بررسی همگرایی

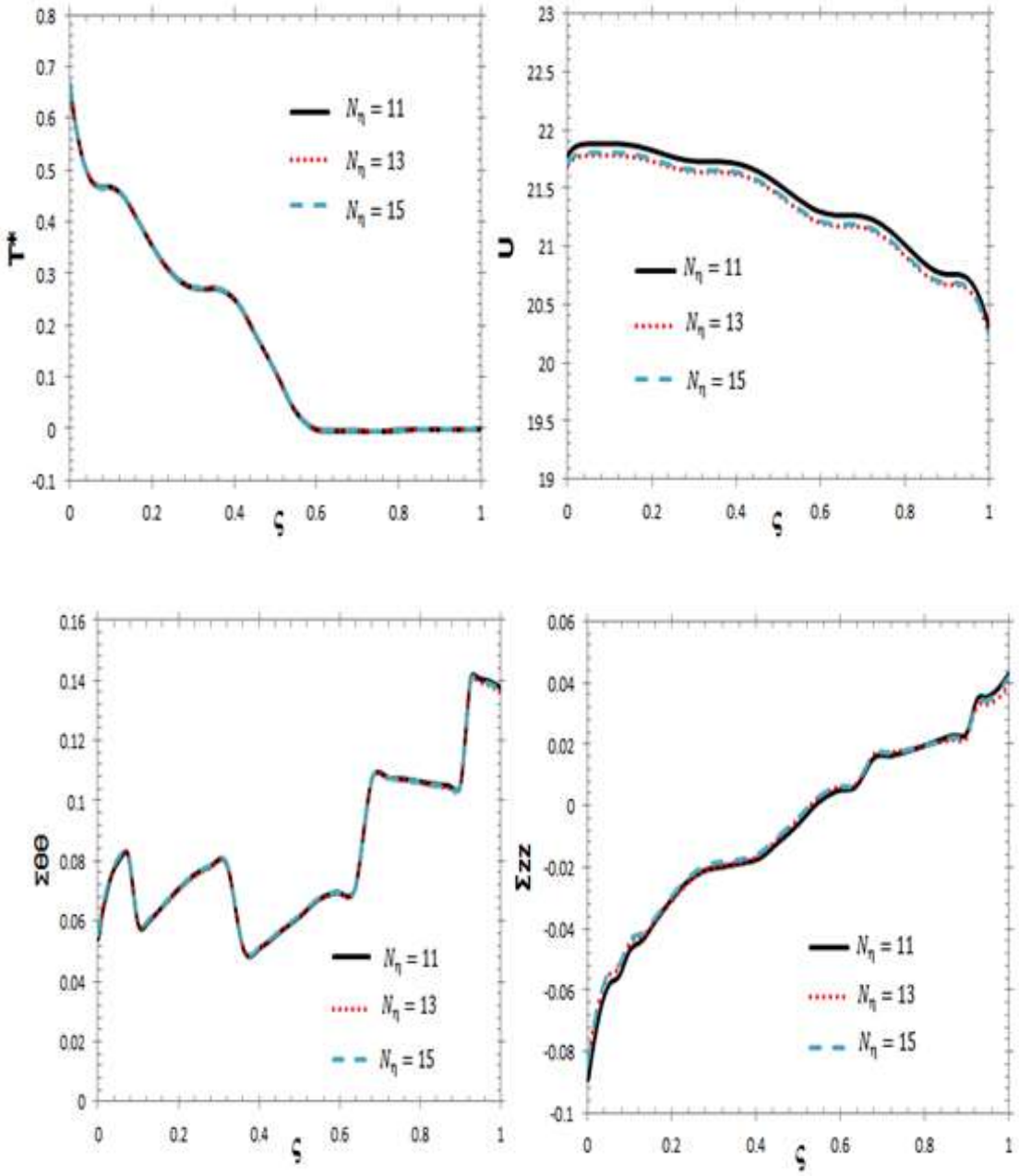
در این قسمت همگرایی روش برای تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه-های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی بر اساس تئوری لورد-شولمن در شکلهای (۴-۱) تا (۴-۴) بررسی گردیده‌است. نتایج در راستای ضخامت برای پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع پلاکت نوع UD و X و تعداد نقاط شبکه در جهت شعاعی و محوری با استفاده از روش دیفرانسیل‌کوادریچر نشان داده شده‌است. شکلهای (۴-۱) و (۴-۲) به ترتیب همگرایی روش را برای بررسی توزیع دما، جابجایی شعاعی و تنشها در پوسته‌های مخروطی

ناقص لایه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع نوع X برای شرایط مرزی گیردار در ابتدا و انتهای پوسته بر اساس تئوری لورد - شولمن در راستای ضخامت و تعداد نقاط شبکه در امتداد جهت شعاعی و محوری تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی نشان می‌دهند. همچنین شکلهای (۴-۳) و (۴-۴) به ترتیب همگرایی روش را برای بررسی توزیع دما، جابجایی شعاعی و تنشها در پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع نوع UD برای شرایط مرزی گیردار در ابتدا و انتهای پوسته بر اساس تئوری لورد - شولمن در راستای ضخامت و تعداد نقاط شبکه در امتداد جهت شعاعی و محوری تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی نشان می‌دهند.



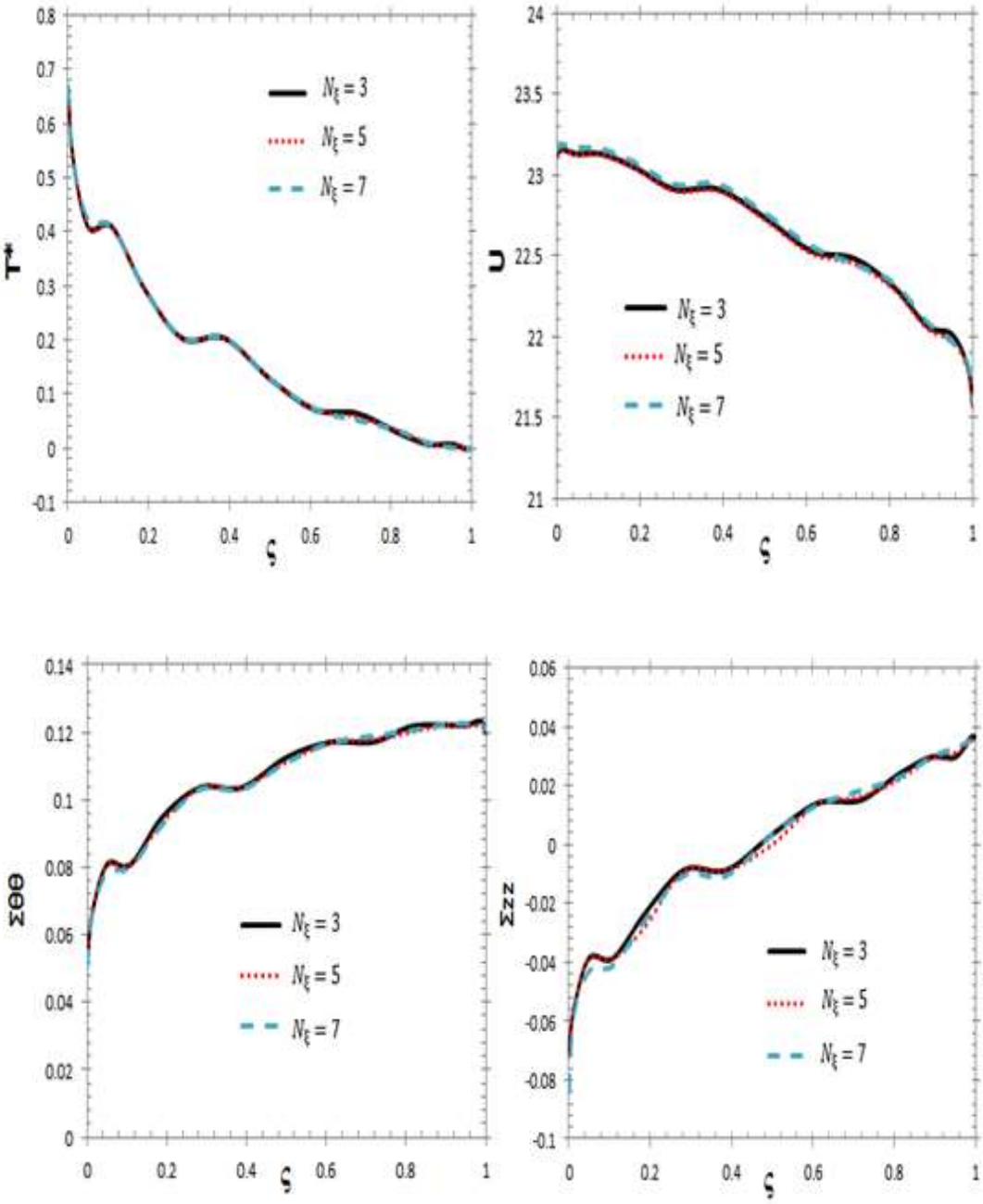
شکل۴-۱: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه در امتداد جهت شعاعی [$\tau = 0.02, W_{GPL}=0.3\%, X-type, \beta = 15°$]

[$F_O = 0.2$, $N\eta=11$, $\eta = 0.5, P_i = 50$ MPa



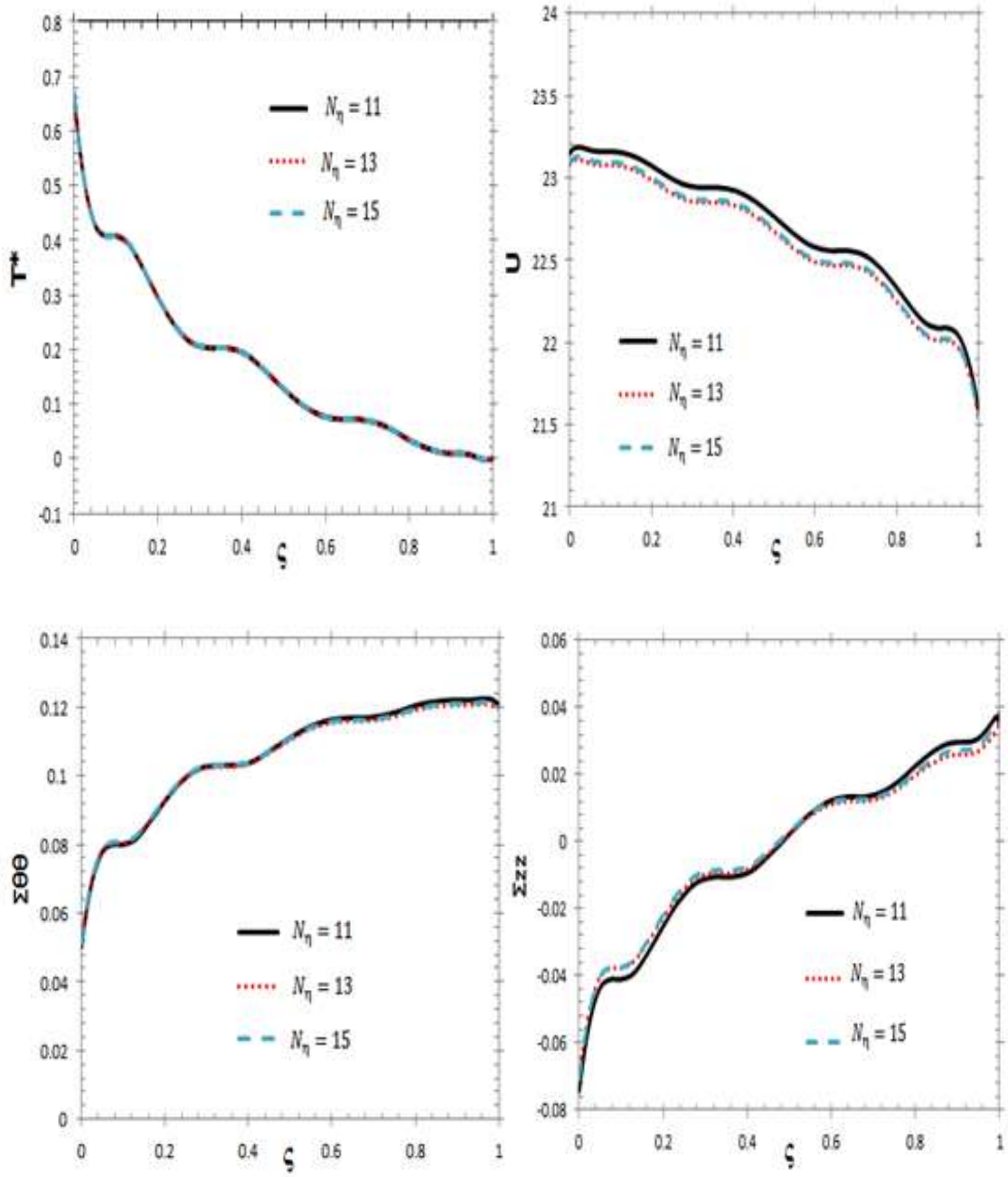
شکل۴-۲: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه درامتداد جهت محوری $[W_{GPL}=0.3\%, \mathrm{X-type}, \beta = 15°, N_\xi^e = 7]$

$[P_i = 50\mathrm{MPa}\,,\ \tau = 0.02, \eta = 0.5, F_O = 0.2$



شکل۴-۳: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکتهای‌گرافنی و نقاط شبکه در امتداد جهت شعاعی $[W_{GPL}=0.3\%, \mathrm{UD}-\mathrm{type}, \beta = 15°]$

$[F_O = 0.2, N\eta=11, \tau = 0.02, \eta = 0.5, P_i = 50\mathrm{MPa}$



شکل۴-۴: بررسی همگرایی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت-های‌گرافنی و نقاط شبکه در امتداد جهت محوری [W_{GPL}=0.3%, UD − type, $\beta = 15°, N_\xi^e = 7$]
[$F_O = 0.2, \eta = 0.5, P_i = 50\text{MPa}, \tau = 0.02$

همگرایی سریع روش در همه حالت‌ها نیز قابل مشاهده است. این نتایج بر اساس روش نیومارک به دست آمده اند. شکلهای بالا نرخ همگرایی بدون بعد برای متغیرهای میدانی ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه-ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی بر اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی بر اساس تئوری لورد – شولمن در مقابل تعداد نقاط شبکه دیفرانسیل‌کوادریچر در امتداد جهت محوری و شعاعی و در راستای ضخامت را نشان می‌دهند. با توجه شکلهای مربوط به همگرایی، تعداد ۷ نقطه شبکه در امتداد جهت شعاعی در هر لایه و ۱۱ نقطه شبکه در امتداد جهت محوری برای بدست آوردن نتایج قابل‌قبول است. از این‌رو ۴۰۰ گام زمانی و ۷ نقطه شبکه در جهت شعاعی و ۱۱ نقطه شبکه در جهت محوری برای مطالعه‌ی عددی استفاده شده‌است.

۴-۳. صحت‌سنجی

به منظور اعتبارسنجی فرمول و روش حل، توزیع دما، جابجایی شعاعی و تنشهای مماسی و محوری در پوسته‌های مخروطی ناقص دوار ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری شوک حرارتی بر اساس تئوری لورد- شولمن با نتایج ارائه شده توسط حیدرپور و ملک‌زاده در شکل (۴-۵) مقایسه شده‌اند [۵۲]. آنها از روش دیفرانسیل‌کوادریچر تعمیم‌یافته و منحنی‌های نربز استفاده نمودند [۵۲]. همچنین نرخ همگرایی و زمان مورد نیاز CPU در روشهای نیومارک و نربز [۵۲] در جدول (۴-۲) مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. شرایط مرزی و شرایط سازگاری حرارتی و مکانیکی و همچنین مشخصات هندسی و مشخصات مواد پوسته مخروطی ناقص مطابق با مقادیر استفاده شده در مرجع [۵۲] در نظر گرفته شده است. نتایج با در نظر گرفتن مشخصات مواد مطابق با جدول (۴-۱) و مشخصات هندسی پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی که به صورت زیر در نظرگرفته شده‌اند بدست خواهند آمد [۵۲]. همچنین در این قسمت شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته شده‌است.

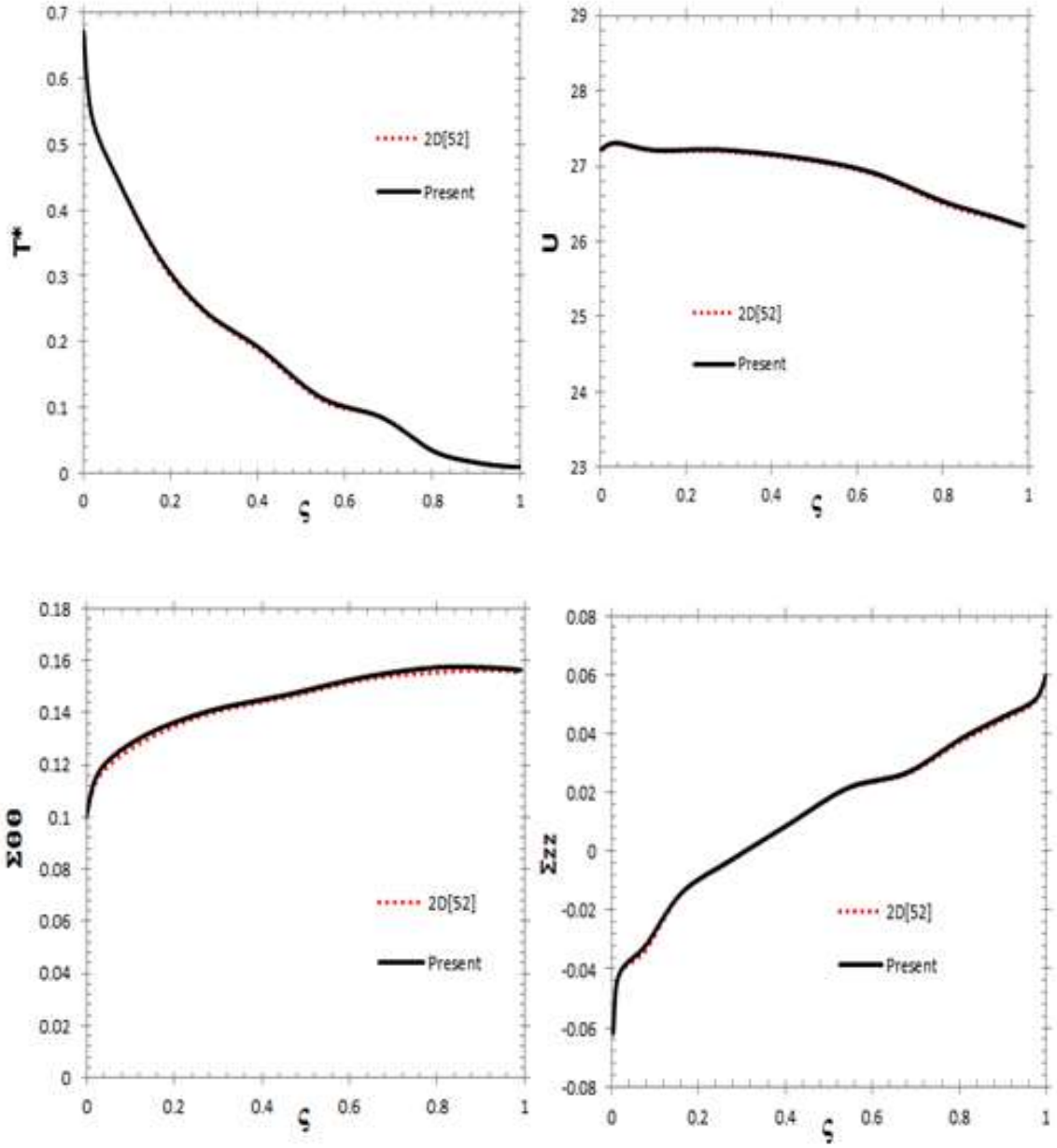
$$a_{\mathrm{GPL}} = 2.5(\mu m)\,,\ b_{\mathrm{GPL}} = 1.5(\mu m)\,,\ t_{\mathrm{GPL}} = 1.5(nm)\,,\ R_m = 1(m),\ L = 2(m)$$

$$h = 0.2(m),\ Ti = 500(K),\ To = T\infty = 300(k),\ h_c = 10\left(\frac{w}{m^2 k}\right)$$

$$t_0 = 2(s),\ \gamma = 0.5$$

جدول ۴-۱: مشخصات مواد اپوکسی و پلاکت‌های‌گرافنی [۵۲]

Material	Epoxy	GPLs
E(GPa)	3	1010
υ	0.34	0.186
ρ(kg/m^3)	1200	1062.5
C(J/kgk)	1110	644
α (1/k)	60×10^{-6}	5×10^{-6}
K(W/mk)	0.246	3000



شکل ۴-۵: مقایسه نتایج برای پوسته مخروطی ناقص دوار گیردار تقویت‌شده با پلاکتهای‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی در راستای ضخامت $\mathrm{UD-type}, \beta = 15°, \eta = 0.5, \Omega = 400\frac{\mathrm{Rad}}{\mathrm{s}}]$

$$[W_{GPL} = 0.3\%, \tau = 0.02, F_O = 0.2$$

با بررسی نتایج در شکل (۴-۵) مشاهده می‌شود که جواب‌های هر دو روش به هم بسیار نزدیک می‌باشند.

در جدول (۴-۲) نرخ همگرایی و زمان مورد نیاز CPU در روش نیومارک و روش چند مرحله‌ای بر اساس منحنی‌های نربز [۵۲] برای تجزیه و تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص دوار ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع یکنواخت پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری شوک-حرارتی بر اساس تئوری لورد- شولمن مقایسه شده است [۵۲]. جابجایی و توزیع دمای بدون‌بعد در نقطه $\varsigma = 0.5$ در این جدول ارائه شده است.

جدول ۴-۲: مقایسه نرخ همگرایی و زمان مورد نیاز CPU در روش نیومارک و روش نربز

$$[\beta = 15°, \mathrm{UD-type}, W_{GPL} = 0.3\%, \tau = 0.02, \Omega = 400\ \mathrm{Rad/s}, F_O = 0.5, \eta = 0.5]$$

		NURBS			Newmark		
ς	N_t	T^*	U	CPU time(s)	T^*	U	CPU time(s)
0.5	50	0.2869	28.2198	0.024903	0.2888	28.2285	12.402256
0.5	100	0.2887	28.2449	0.035829	0.2893	28.2463	22.472975
0.5	200	0.2893	28.2544	0.051732	0.2894	28.2552	44.750189
0.5	300	0.2893	28.2573	0.087076	0.2894	28.2580	106.65236

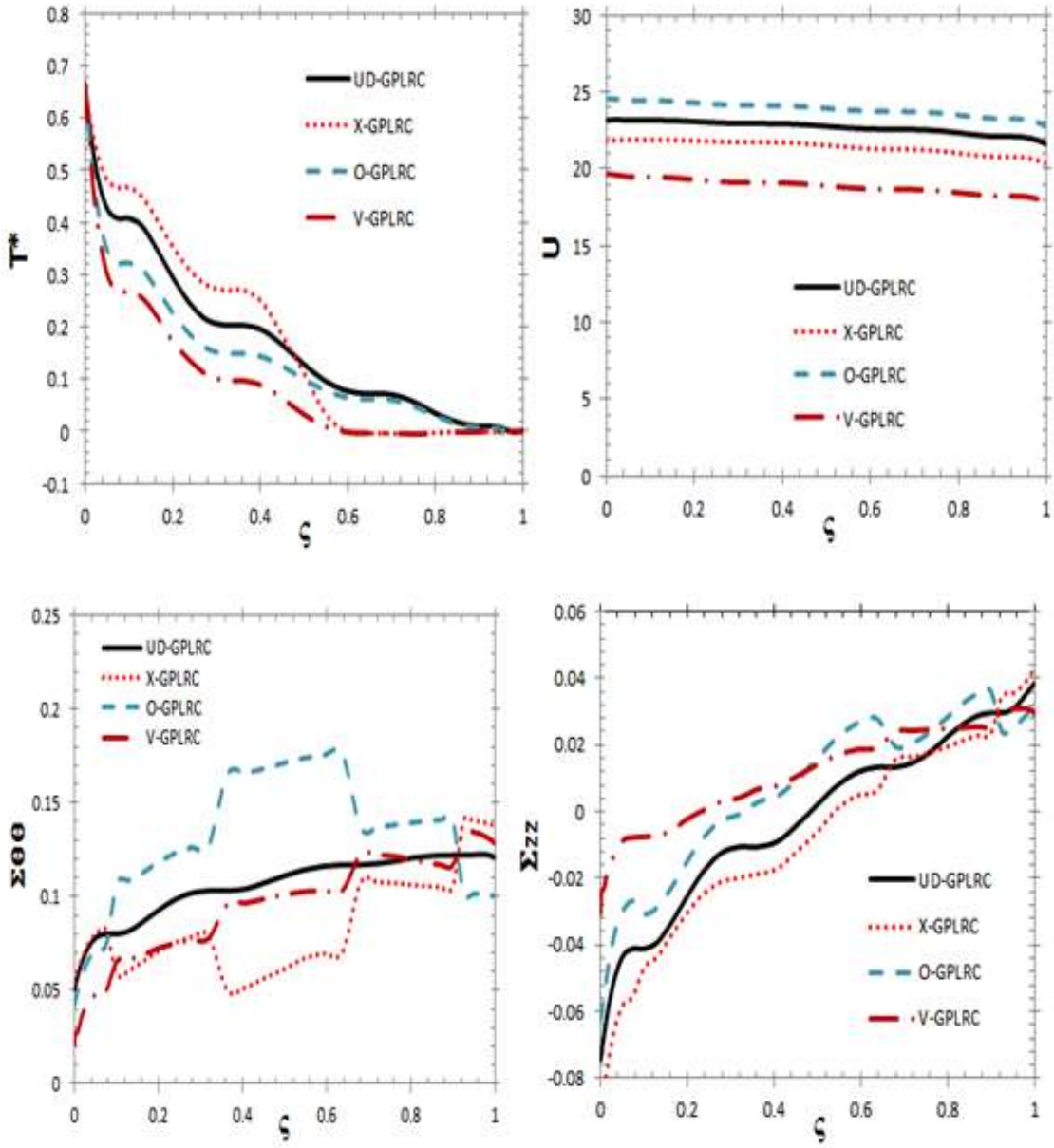
بر اساس نتایج جدول (۴-۲) اگرچه نتایج همگرایی در این دو روش بسیار به هم نزدیک هستند، با این حال واضح است که زمان مورد نیاز CPU در روش چند مرحله‌ای بر اساس منحنی‌های نربز به طور قابل توجهی کمتر از روش نیومارک است.

۴-۴. مطالعات پارامتری

پس از بررسی صحت فرمولاسیون و روش‌حل، در این قسمت به مطالعه‌ی تاثیر عوامل مختلف بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری لورد – شولمن پرداخته می‌شود.

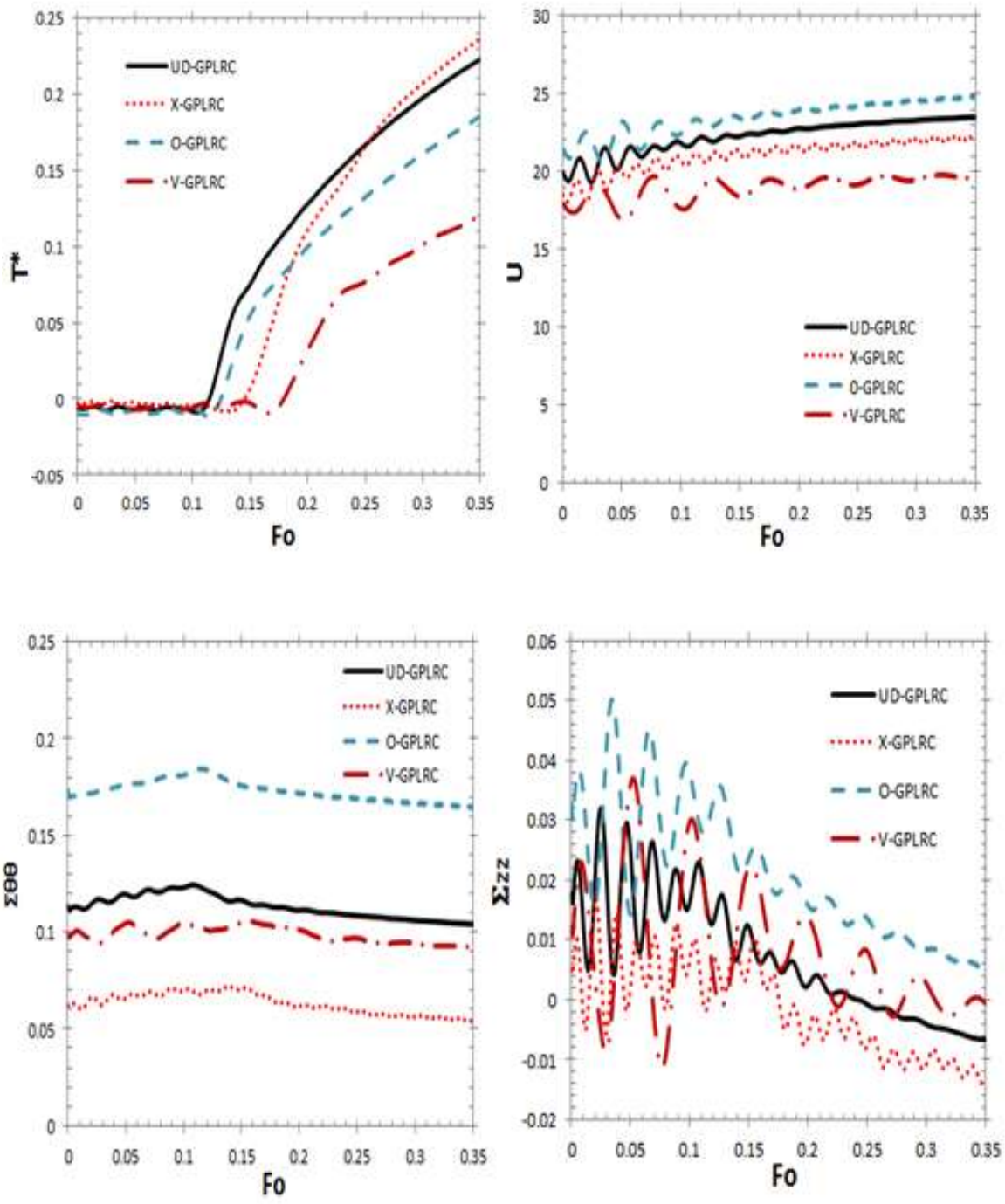
به عنوان اولین مطالعه، به منظور نشان‌دادن اهمیت الگوهای توزیع پلاکت‌های‌گرافنی، تاثیر الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت تغییر دمای شدید در سطح داخلی آنها و بارگذاری مکانیکی را بررسی می‌کنیم.

شکلهای (۴-۶) و (۴-۷) به ترتیب پاسخ ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه-های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوهای مختلف توزیع پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی- مکانیکی بر اساس تئوری ترموالاستیسیته لورد – شولمن در راستای ضخامت و تاریخچه زمان بدون بعد را نشان می‌دهد. در شکلهای (۴-۶) و (۴-۷) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شوند.



شکل ۴-۶: اثر الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت $[W_{GPL}=0.3\%, \tau = 0.02, \eta = 0.5, \beta = 15°$

$[F_0 = 0.2, P_i = 50\text{MPa}$

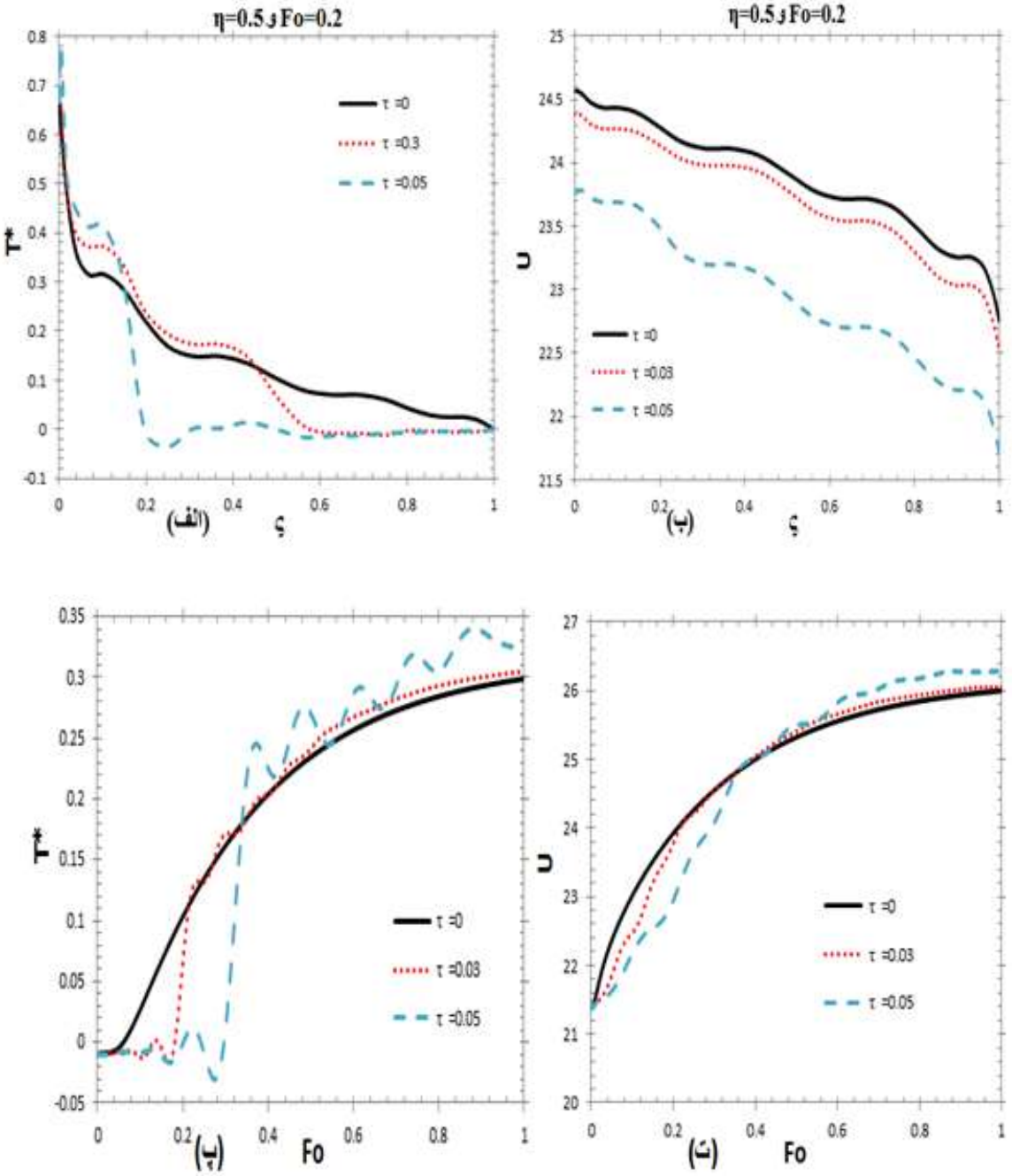


شکل ۴-۷: اثر الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی بر حسب تاریخچه زمان بدون بعد $[\beta = 15°, \eta = 0.5$

$[\tau = 0.02, \varsigma = 0.5, W_{GPL} = 0.3\%, P_i = 50\text{Mpa}$

مشاهده می‌شود که الگوی توزیع پلاکت‌های‌گرافنی تاثیر بسزایی بر توزیع دما و جابجایی شعاعی و اجزاء تنش دارد. بر اساس شکل (۴-۷) می‌توان مشاهده نمود که الگوهای توزیع نوع O و V نسبت به دو نوع دیگر دامنه نوسانی طولانی‌تری دارند. همچنین نشان داده شد که پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوهای توزیع نوع X و UD نسبت به الگوهای توزیع نوع O و V سریع‌تر به حالت پایدار می‌رسند و رفتار میرایی ترموالاستیک آشکارتری را ایجاد می‌کنند. علاوه بر این، نتایج پوسته با الگوی توزیع پلاکت‌گرافنی نوع V بیشترین تفاوت را با نتایج حاصل از الگوی توزیع یکنواخت نشان می‌دهد (از نظر توزیع دما) و همچنین پوسته مخروطی ناقص تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع نوع V نسبت به انواع دیگر کمترین سرعت موج حرارت را دارد.

در شکلهای (۴-۸-الف و ب) تاثیر تاخیرزمانی بر جابجایی شعاعی و توزیع دمای بدون‌بعد در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی نشان داده می‌شود. همچنین شکلهای (۴-۸-پ و ت) تاریخچه زمان بدون‌بعد تاخیرزمانی بر جابجایی شعاعی و توزیع دمای بدون‌بعد برای پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی را نشان می‌دهد. در شکل (۴-۸) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شود.

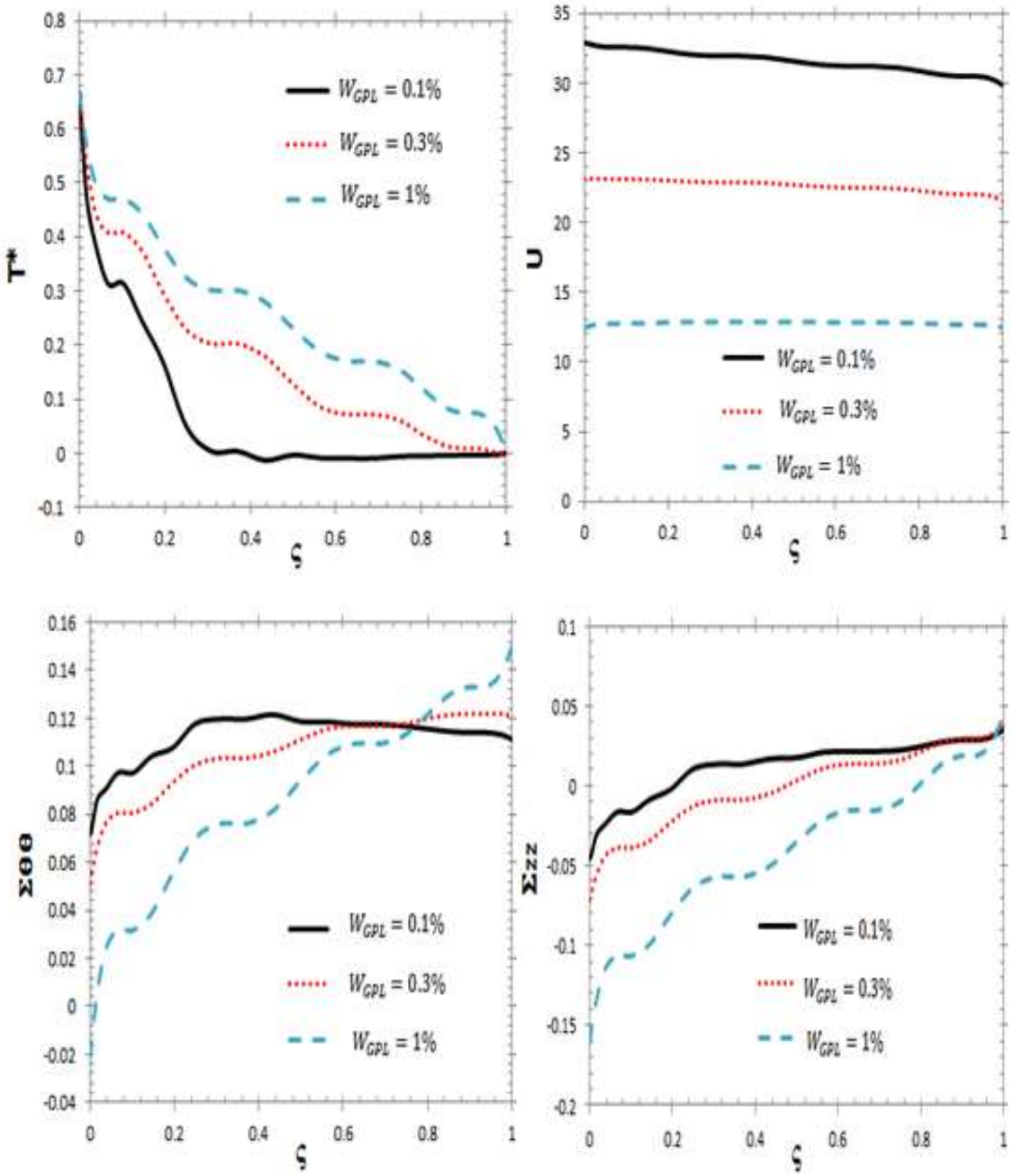


شکل۴-۸ (الف)_(ت): اثر تاخیر زمانی در راستای ضخامت و تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%

$[\beta = 15°, \eta = 0.5\ , P_i = 50\text{MPa}, \text{O} - \text{type}, \varsigma = 0.5$

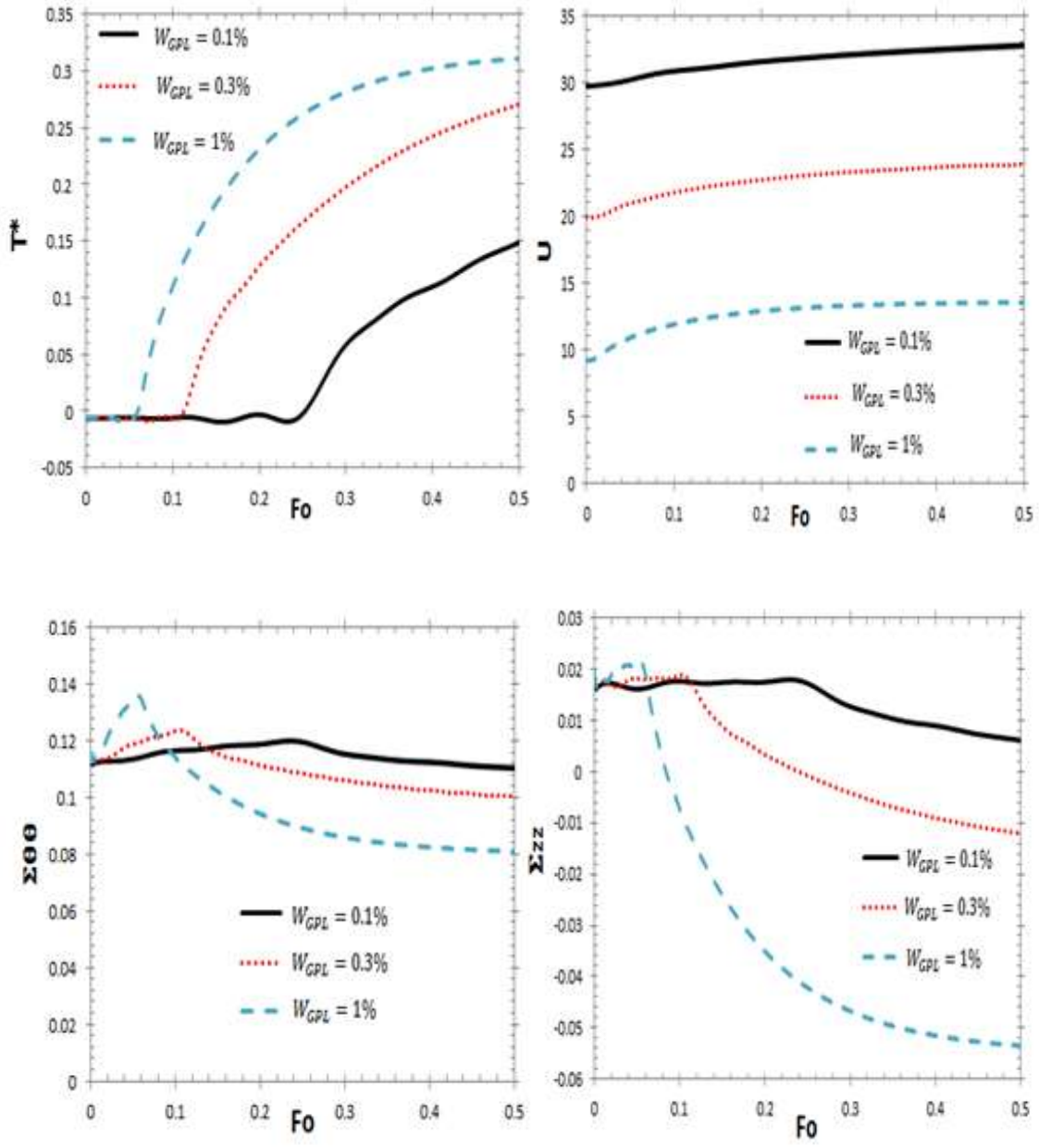
در اینجا U و T (بدون بعد) می‌باشند که در شکل (۴-۸) نشان داده شده‌اند. از شکل (۴-۸) می‌توان نتیجه گرفت که با کاهش تاخیرزمانی توزیع‌دما به قانون انتقال‌حرارت‌فوریه نزدیک می‌شود. همچنین می‌توان مشاهده نمود که تئوری‌های کلاسیک و تئوری لورد - شولمن حتی در بازه زمانی اولیه تفاوت معنی‌داری با هم دارند که این موضوع، اهمیت استفاده از تئوری‌های ترموالاستیسیته‌ی غیرکلاسیک مانند تئوری لورد - شولمن برای تجزیه و تحلیل این نوع سازه‌ها تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی را نشان می‌دهد.

در شکل‌های (۴-۹) و (۴-۱۰) به ترتیب اثر کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی بر ویژگی‌های ترموالاستیک پوسته های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع یکنواخت تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری ترموالاستیسیته لورد – شولمن در راستای ضخامت و تاریخچه زمان بدون‌بعد مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکلهای (۴-۹) و (۴-۱۰) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته شده‌است.



شکل۴-۹: اثرکسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی $[P_i = 50\text{MPa}, \beta = 15°, \eta = 0.5, \tau = 0.02$

$[\text{UD} - \text{type}, F_O = 0.2$



شکل۴-۱۰: اثر کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی بر حسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی $[P_i = 50\text{MPa}, \beta = 15°, \eta = 0.5$

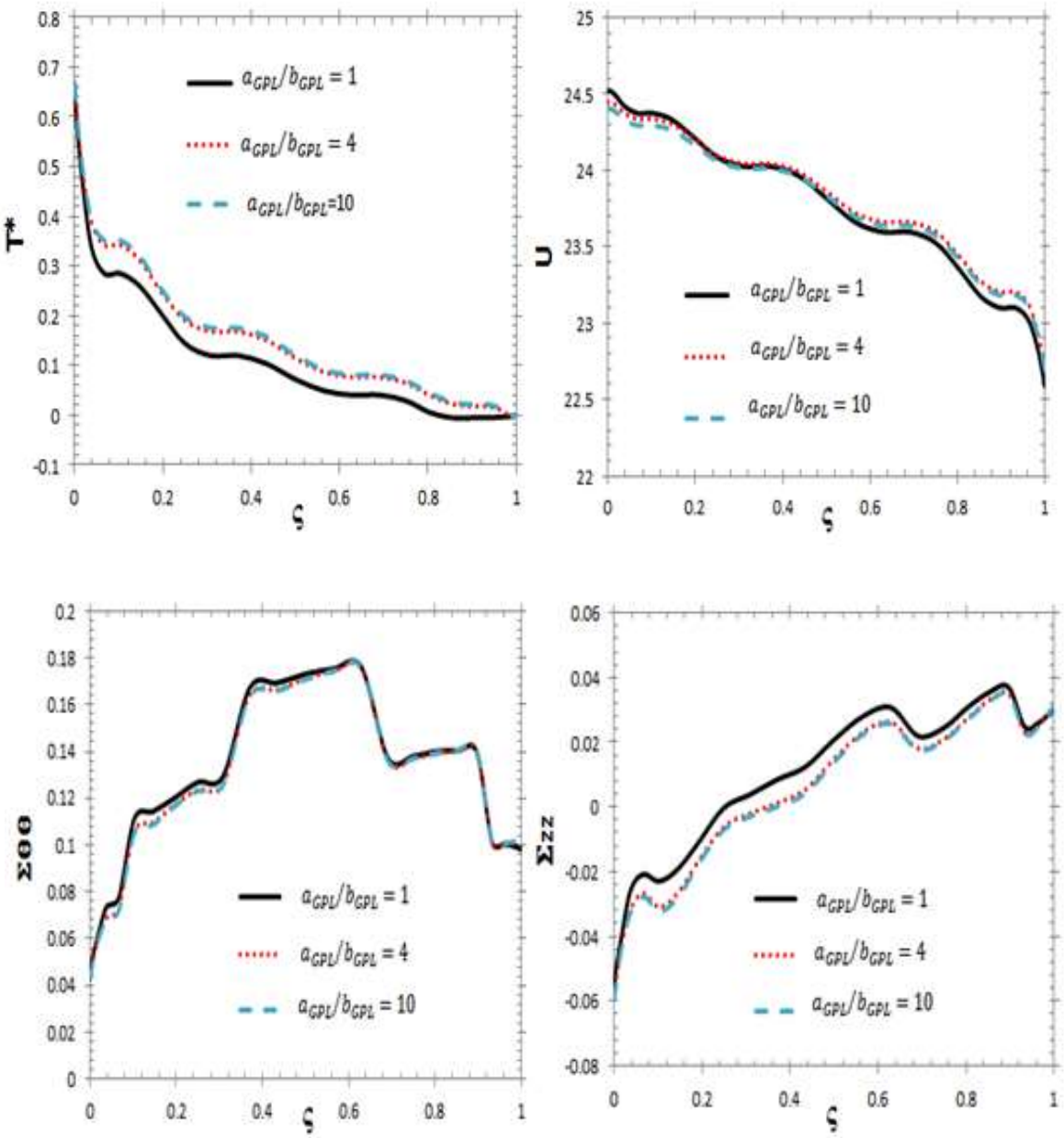
$[\tau = 0.02, \text{UD} - \text{type}, \varsigma = 0.5$

از شکلهای (۴-۹) و (۴-۱۰) مشاهده می‌شود که افزودن مقدار کمی پلاکت‌گرافنی به ماتریس پلیمر به طور قابل توجهی رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص را تغییر می‌دهد و سریعتر به حالت پایدار می‌رسند. همچنین افزودن مقدار کمی پلاکت‌گرافنی به ماتریس پلیمر سبب افزایش سرعت موج حرارت می‌شود که این به دلیل بزرگتر بودن ضریب رسانایی پلاکت‌های‌گرافنی نسبت به ماده زمینه می‌باشد. علاوه بر این، می‌توان نتیجه گرفت که افزایش کسروزنی پلاکت‌گرافنی به ماتریس پلیمر با افزایش کلی سفتی پوسته، جابجائی شعاعی را کاهش می‌دهد و سبب کاهش دوره‌ی نوسانی در متغیرهای میدان مکانیکی می‌شود.

در شکل‌های (۴-۱۱) و (۴-۱۲) و (۴-۱۳) و (۴-۱۴) تاثیر نسبت طول به عرض و نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت و تاریخچه زمان بدون‌بعد تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی نشان داده شده‌است.

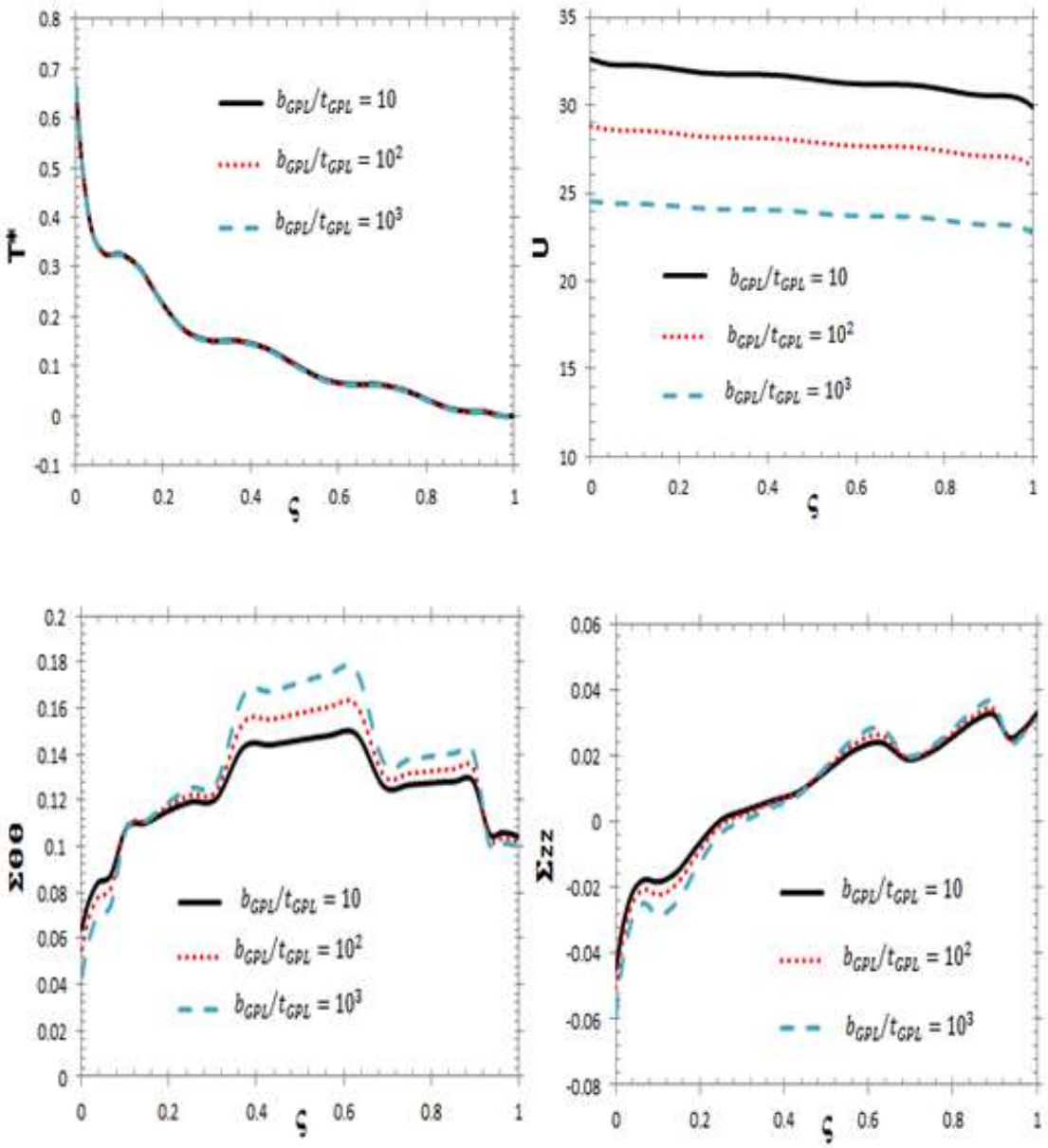
شکلهای (۴-۱۱) و (۴-۱۲) به ترتیب تاثیر نسبت طول به عرض و نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت-شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع نوع O تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی را نشان می‌دهند. در شکلهای (۴-۱۱) و (۴-۱۲) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شوند.

همچنین در شکلهای (۴-۱۳) و (۴-۱۴) به ترتیب تاثیر نسبت طول به عرض و نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با الگوی توزیع نوع O تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی- مکانیکی بر حسب تاریخچه زمان بدون‌بعد بررسی می‌گردد. در شکلهای (۴-۱۳) و (۴-۱۴) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شوند.



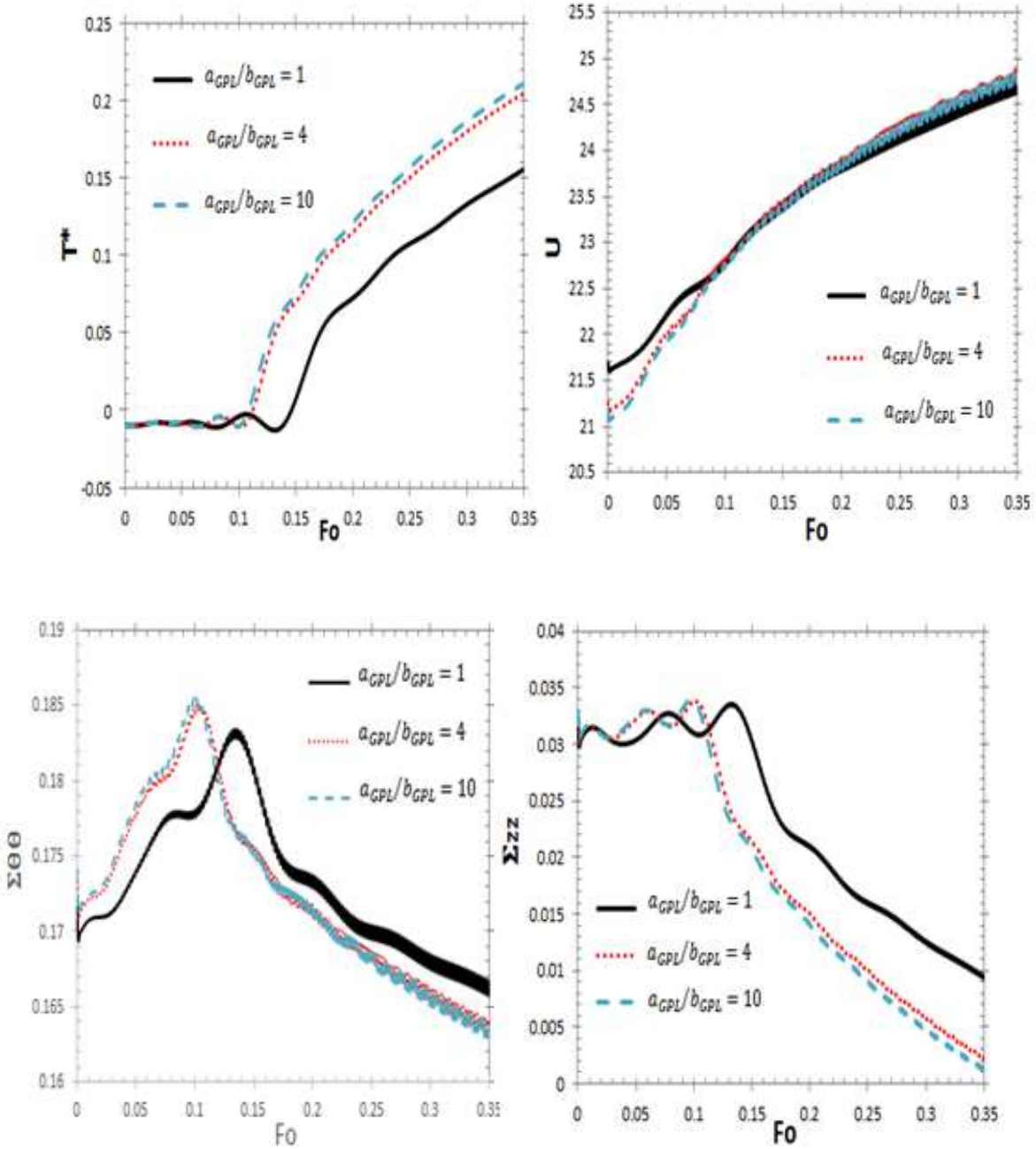
شکل۴-۱۱: اثر نسبت طول به عرض پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه-های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت $[W_{GPL}=0.3\%, \mathrm{O-type}, \beta = 15°]$

$[P_i = 50\mathrm{MPa},\ \eta = 0.5, \tau = 0.02, F_O = 0.2$

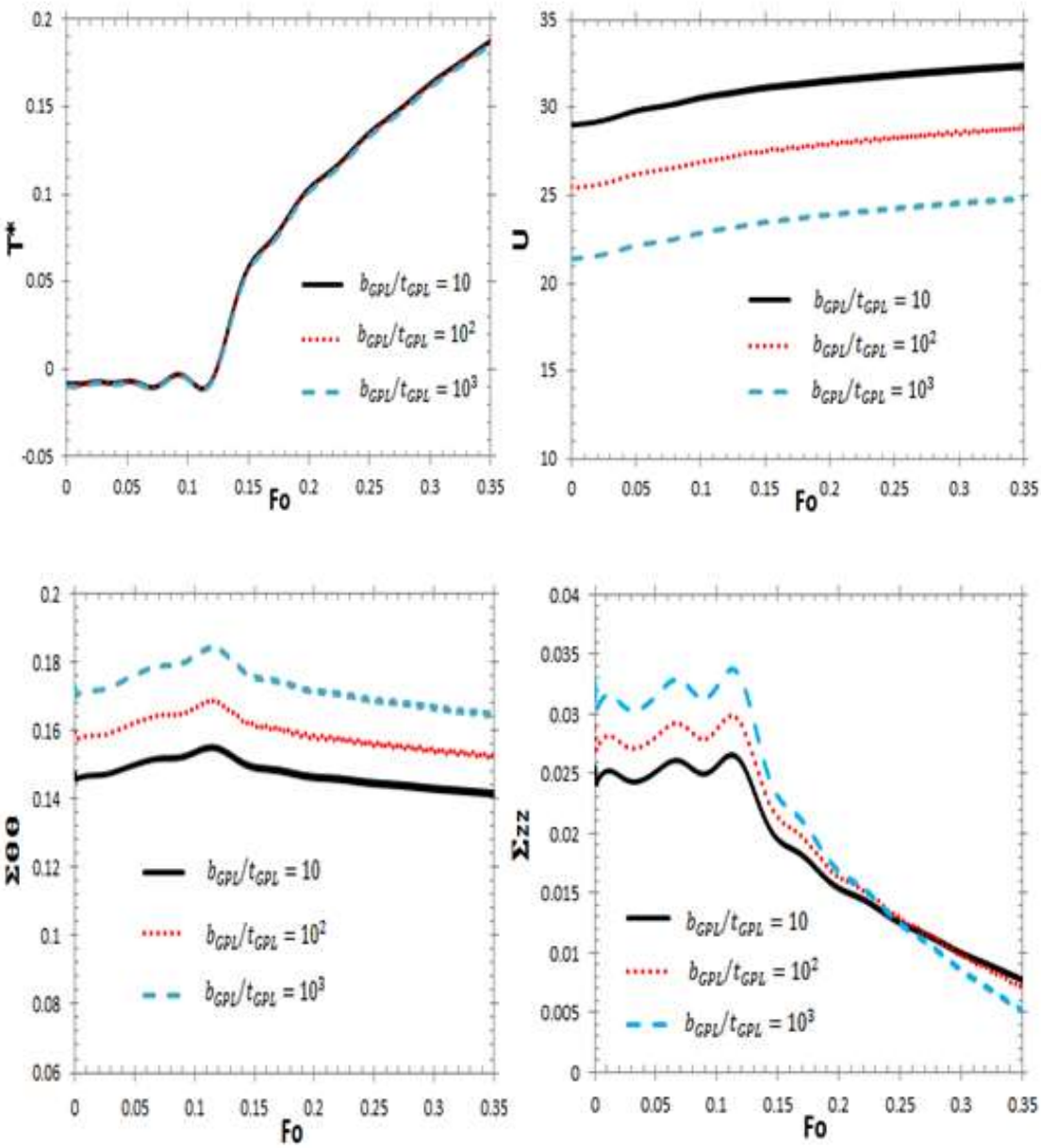


شکل۴-۱۲: اثر نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت $[W_{GPL}=0.3\%, \mathrm{O-type}, \beta = 15°]$

$[P_i = 50\mathrm{MPa}, \eta = 0.5, \tau = 0.02,\ F_O = 0.2$



شکل۴-۱۳: اثر نسبت طول به عرض پلاکت‌های‌گرافنی برحسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی $[P_i = 50\text{MPa}, \beta = 15°, \eta = 0.5$ $[\tau = 0.02, \text{O} - \text{type}, \varsigma = 0.5, W_{GPL} = 0.3\%$



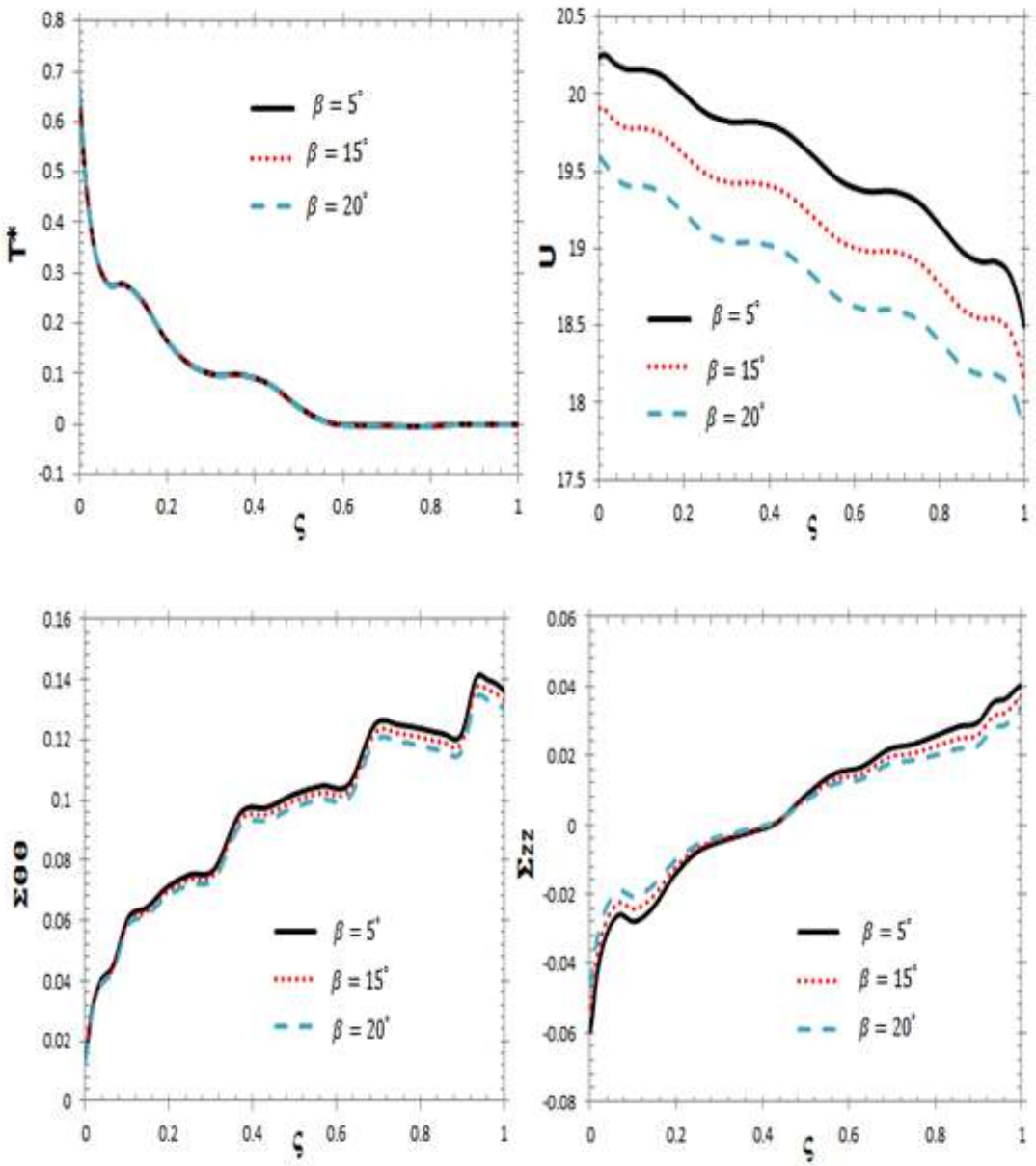
شکل ۴-۱۴: اثر نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی برحسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [$P_i = 50\text{MPa}, \beta = 15°$

[$\text{O} - \text{type}, \varsigma = 0.5, W_{GPL} = 0.3\%, \eta = 0.5, \tau = 0.02$

بر اساس ارزیابی مقایسه‌ای در شکلهای (۴-۱۱) تا (۴-۱۴)، افزایش نسبت طول به عرض پلاکت‌گرافنی سرعت موج حرارت را افزایش می‌دهد و در عوض به نظر می‌رسد که افزایش نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های-گرافنی تاثیر چندانی بر سرعت موج حرارت ندارد. همچنین مشاهده می‌شود که تاثیر نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی بر جابجایی‌شعاعی و تنش‌مماسی در مقایسه با تاثیر نسبت طول به عرض پلاکت‌های‌گرافنی بر جابجایی‌شعاعی و تنش‌مماسی بیشتر می‌باشد. به طور کلی افزایش نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌گرافنی سفتی پوسته را افزایش می‌دهد، افزایش سفتی پوسته به این دلیل است که با همان مقادیر یکسان از پلاکت-های‌گرافنی هنگامی که سطح تماس بزرگتر باشد انتقال بار بین نواحی پلاکت‌های‌گرافنی و ماتریس پلیمری افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سطوح مسطح پلاکت‌گرافنی نقش مهمی در سفتی پوسته-های مخروطی ناقص دارند و با همان مقدار پلاکت‌گرافنی آنهایی که سطح بیشتری دارند بهتر تقویت می‌شوند. علاوه بر این شکل مربع پلاکت‌های‌گرافنی (یعنی نسبت طول به عرض برابر با یک) عملکرد ترموالاستیک بهتری نسبت به نانوپرکننده‌های مستطیل شکل دارد.

در این قسمت اثر پارامترهای مختلف هندسی بر رفتار ترموالاستیک پوسته مخروطی ناقص را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با توجه به این که تغییر در هندسه پوسته مخروطی ناقص باعث تغییر در سفتی سازه شده، تاثیر زاویه نیم‌راس پوسته، نسبت ضخامت به شعاع میانی و نسبت طول به شعاع میانی بر رفتار ترموالاستیک مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

زاویه نیم‌راس یک پارامتر هندسی مهم است که بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تاثیر می‌گذارد. در شکل (۴-۱۵) به بررسی اثر زاویه نیم‌راس بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های گرافنی برای شرایط مرزی گیردار در ابتدا و انتهای پوسته تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی با الگوی توزیع نوع V در راستای ضخامت خواهیم پرداخت.



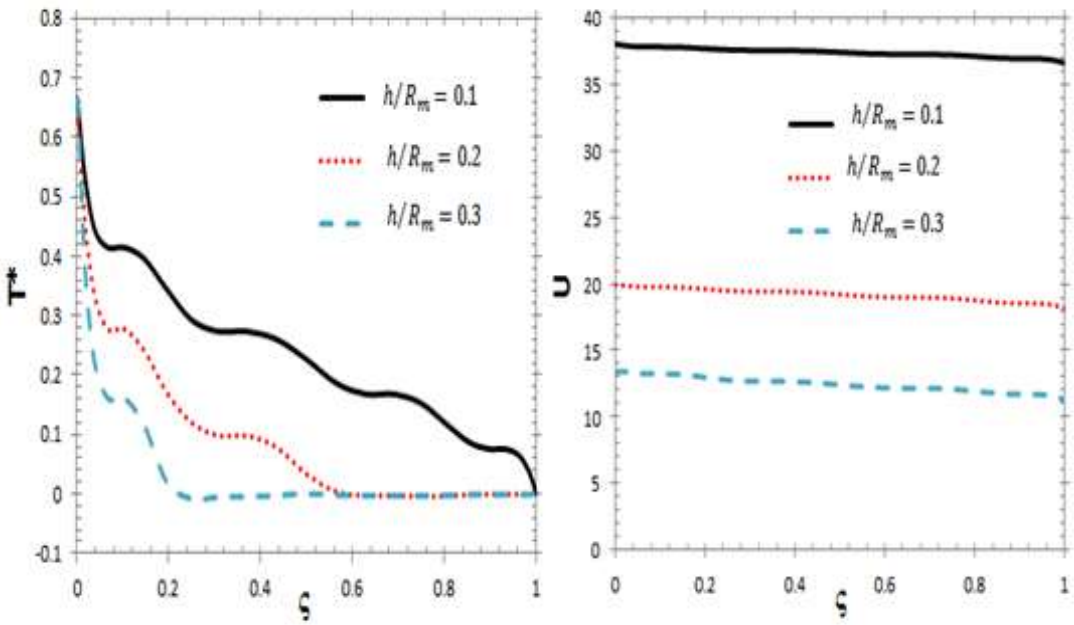
شکل۴-۱۵: اثر زاویه نیم‌راس در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, V − type, $P_i = 50\text{MPa},\ F_O = 0.2, \tau = 0.02$ $\eta = 0.5$]

از شکل (۴-۱۵) می‌توان مشاهده نمود که حساسترین پارامتر جابجایی شعاعی می‌باشد و با تغییر زاویه نیم راس تغییر می‌کند. همچنین در این شکل مشاهده می‌شود که توزیع‌دما تقریبا مستقل از زاویه‌ی‌نیم‌راس است.

تاثیر سایر پارامترهای هندسی، یعنی نسبت ضخامت و طول به شعاع میانی بر اساس دمای بدون‌بعد و جابجایی شعاعی به ترتیب در شکل های (۴-۱۶) و (۴-۱۷) نشان داده شده است.

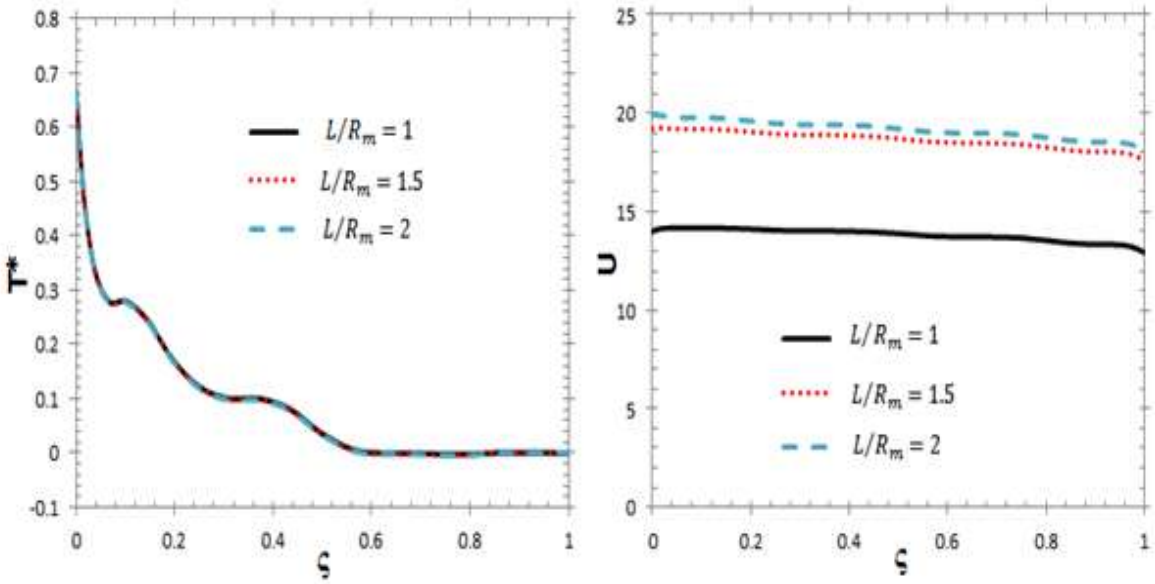
شکل (۴-۱۶) تاثیر نسبت ضخامت به شعاع میانی در راستای ضخامت بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی را نشان می‌دهد. در شکل (۴-۱۶) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شود.

در شکل (۴-۱۷) تاثیر نسبت طول به شعاع میانی در راستای ضخامت بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی نشان داده شده است. در شکل (۴-۱۷) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته شده‌است.



شکل۴-۱۶: تاثیر نسبت ضخامت به شعاعی میانی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی W_{GPL}=0.3%, $\mathrm{V-type}, \beta = 15°$]

$$[P_i = 50\mathrm{MPa}, F_O = 0.2, \eta = 0.5, \tau = 0.02$$



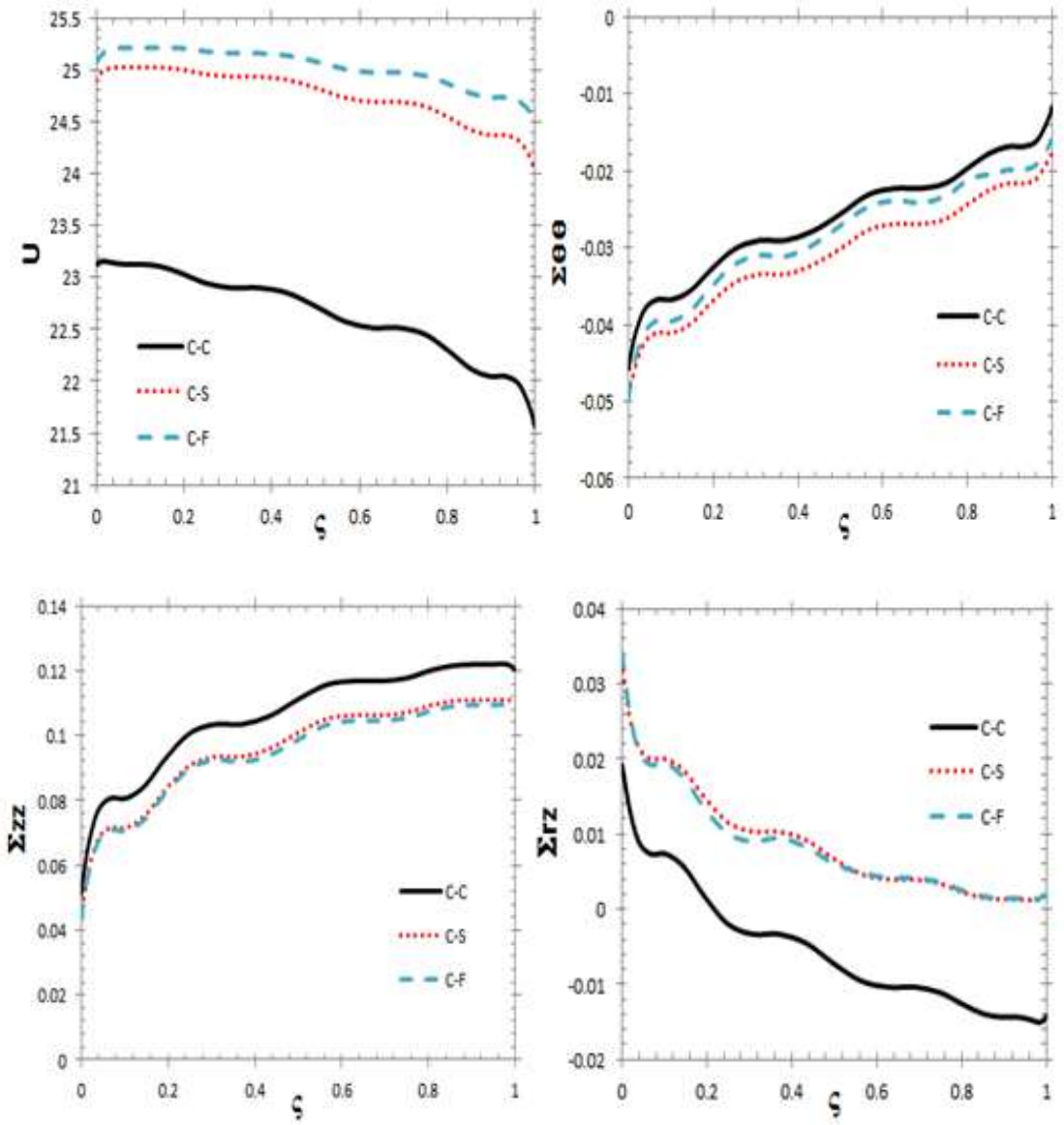
شکل۴-۱۷: تاثیر نسبت طول به شعاعی میانی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $\mathrm{V-type}, \beta = 15°, P_i = 50\mathrm{MPa}$

$$[F_O = 0.2, \eta = 0.5, \tau = 0.02$$

همانطور که انتظار می‌رفت نسبت ضخامت به شعاع میانی به طور قابل توجهی بر توزیع‌دما در پوسته تاثیر می-گذارد و در عوض نسبت طول به شعاع میانی تاثیری ندارد . همچنین مشاهده می‌شود که موج حرارت پوسته‌ی نازک‌تر را سریعتر از پوسته‌ی ضخیم تر طی می‌کند.

از شکل (۴-۱۶) مشاهده می‌گردد که با افزایش نسبت ضخامت به شعاع میانی، جابجایی شعاعی پوسته مخروطی ناقص کاهش می‌یابد. این به دلیل افزایش سفتی پوسته بر اثر افزایش نسبت ضخامت به شعاع میانی پوسته مخروطی ناقص می‌باشد. همچنین شکل (۴-۱۷) بیانگر این واقعیت می‌باشد که با افزایش نسبت طول به شعاع میانی پوسته مخروطی ناقص، جابجایی شعاعی افزایش می‌یابد. این به دلیل کاهش سفتی پوسته بر اثر افزایش نسبت طول به شعاع میانی پوسته مخروطی ناقص می‌باشد.

در شکل (۴-۱۸) اثر سه مجموعه‌ی متفاوت شرایط مرزی گیردار- گیردار و گیردار- تکیه‌گاه ساده و 'گیردار- آزاد بر پاسخ ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های- گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل۴-۱۸: تاثیر شرایط مرزی در راستای ضخامت برای پوسته مخروط ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, $\mathrm{U-type}, \beta = 15°, P_i = 50\mathrm{MPa}, \tau = 0.02$

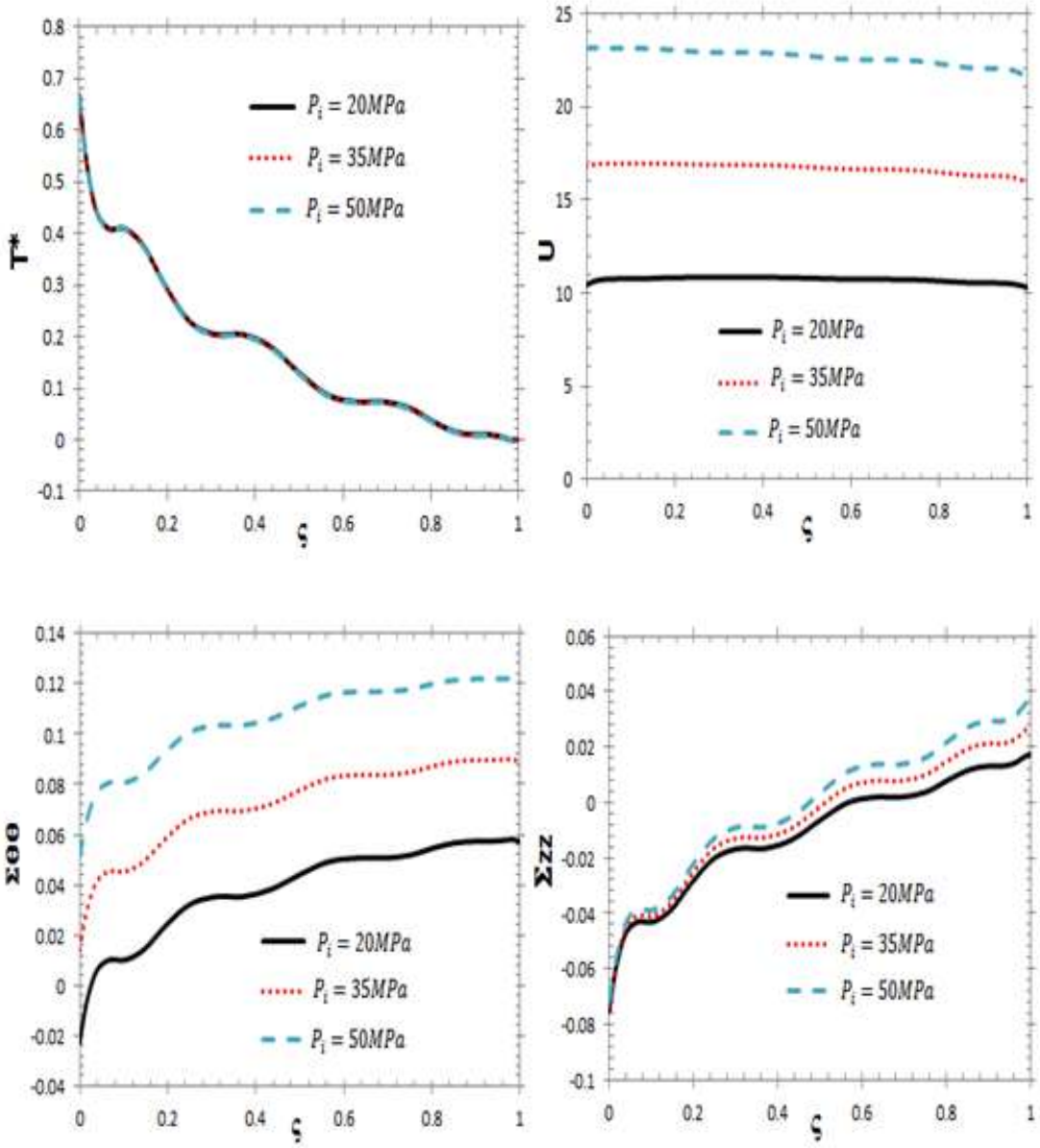
$[F_O = 0.2$ و $\eta = 0.5$

در شکل (۴-۱۸) مشاهده می‌شود، شرایط مرزی به طور قابل توجهی بر جابجایی شعاعی تاثیر می‌گذارد. همچنین تفاوت قابل توجهی بین توزیع تنش پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی کاملا گیردار و گیردار – تکیه‌گاه ساده و گیردار - آزاد مشاهده می‌گردد.

شکلهای (۴-۱۹) و (۴-۲۰) به ترتیب تاثیر بارگذاری مکانیکی بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی در راستای ضخامت و تاریخچه زمان بدون‌بعد را نشان می‌دهند.

در شکل (۴-۱۹) تاثیر بارگذاری مکانیکی در راستای ضخامت بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی نشان داده می‌شود. در شکل (۴-۱۹) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شود.

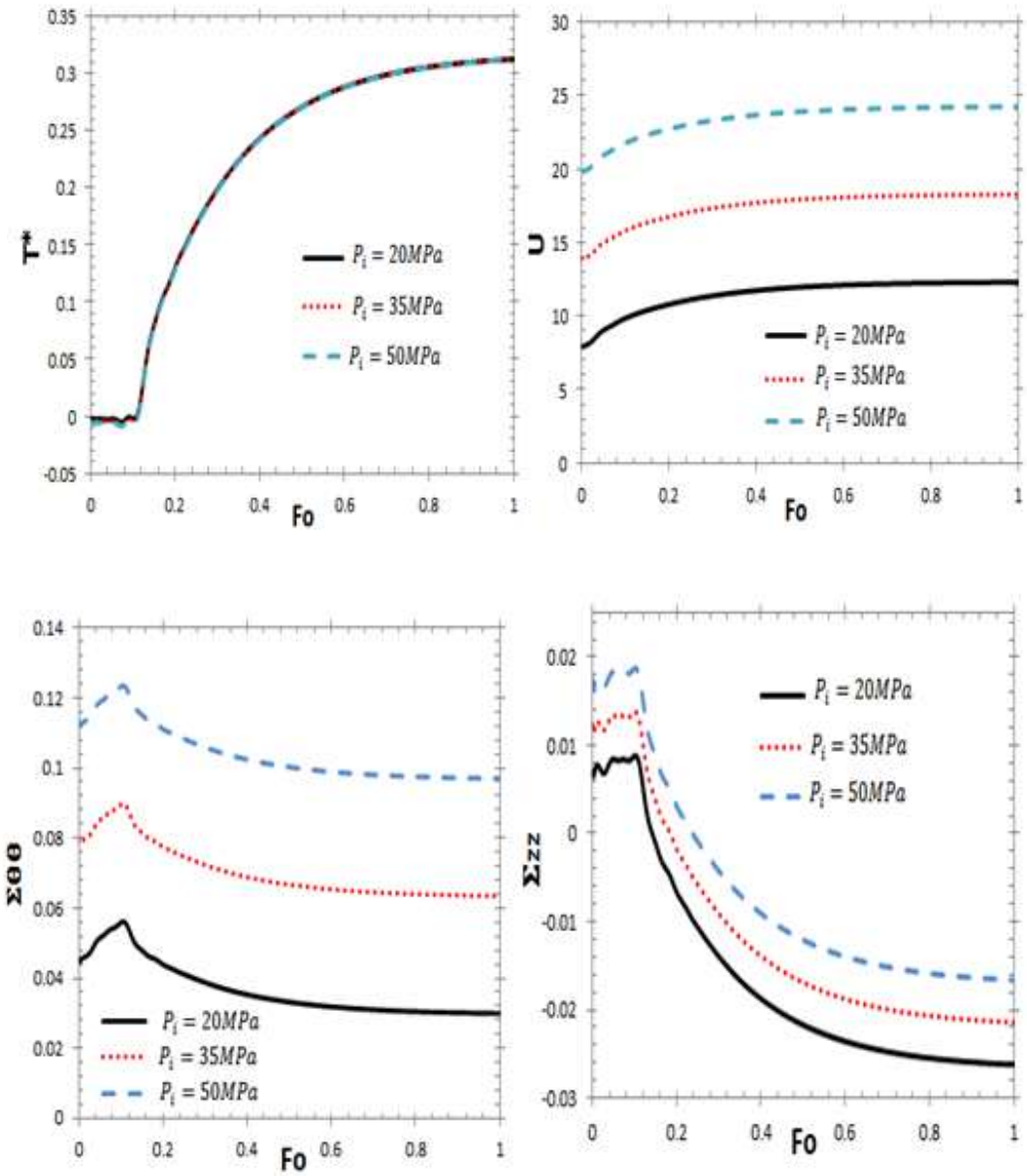
همچنین شکل (۴-۲۰) تاریخچه زمان بدون‌بعد تاثیر بارگذاری مکانیکی بر رفتار ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی – مکانیکی را نشان می‌دهد. در شکل (۴-۲۰) شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته به صورت گیردار در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۴-۱۹: تاثیر بارگذاری مکانیکی در راستای ضخامت برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی

با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی $[W_{GPL}=0.3\%, \mathrm{UD}-\mathrm{type}, \tau = 0.02]$

$[F_O = 0.2, \eta = 0.5$



شکل۴-۲۰: تاثیر بارگذاری مکانیکی برحسب تاریخچه زمان بدون بعد برای پوسته مخروطی ناقص لایه‌ای مدرج تابعی با لایه‌های تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی [W_{GPL}=0.3%, UD − type

$$[\eta = 0.5, \beta = 15°, \tau = 0.02, \varsigma = 0.5$$

از شکلهای (۴-۱۹) و (۴-۲۰) می‌توان نتیجه‌گرفت که بارگذاری مکانیکی (فشار داخلی) تاثیر ناچیزی بر توزیع دمای پوسته مخروطی ناقص تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی دارد، همچنین مشخص است که این نوع بارگذاری به طور قابل توجهی بر متغیرهای میدان مکانیکی تاثیر می‌گذارد.

نتایج ارائه شده در بالا می‌تواند در آینده به عنوان راه‌حل معیار برای کارهای بیشتر و همچنین برای اهداف طراحی بهینه مورد استفاده قرار بگیرد.

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱. مقدمه

در این پایان‌نامه، روش دیفرانسیل‌کوادریچر در حوزه مکان به همراه روش نیومارک در حوزه زمان برای بررسی تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های گرافنی تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی - مکانیکی بر اساس تئوری لورد - شولمن ارائه گردید. پوسته‌های مخروطی ناقص چندلایه به دلیل تغییرات لایه‌ای خواص مواد در جهت ضخامت به مجموعه‌ای از پوسته‌های نانو کامپوزیت هم محور تجزیه شده‌است. معادلات ترموالاستیک از هر لایه‌ی پوسته، شرایط مرزی و شرایط سازگاری در فصل مشترک دو لایه مجاور پوسته براساس تئوری ترموالاستیسیته لورد – شولمن و معادلات حرکت استخراج شده‌اند. در بخش نتایج عددی ابتدا همگرایی و اعتبارسنجی روش مورد مطالعه قرار گرفت و سپس حساسیت پاسخ ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی چندلایه برای الگوهای مختلف توزیع پلاکت‌های‌گرافنی انجام شد. پس از آن اثرات تاخیر-زمانی، اثر کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی و نسبت ابعاد پلاکت‌گرافنی، نسبت ضخامت و طول پوسته به شعاع میانی، زاویه نیم‌راس، شرایط مرزی کلاسیک در ابتدا و انتهای پوسته و در نهایت فشار داخلی مورد مطالعه قرار گرفت. بر اساس نتایج عددی حاصل از بررسی پارامتری می‌توان نتیجه‌گیری‌های زیر را ارائه نمود.

- تاثیر فشار داخلی اعمال شده بر توزیع دما در پوسته‌های مخروطی ناقص تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی نا چیز است.

- پوسته‌های مخروطی ناقص با الگوهای توزیع پلاکتهای‌گرافنی از نوع O و V دارای دامنه نوسانی طولانی‌تری از آن‌هایی که دارای توزیع نوع X و UD هستند می‌باشد.

- افزودن مقدار کمی پلاکت‌گرافنی به ماتریس پلیمری به‌طور قابل‌توجهی سرعت انتشار موج حرارت در پوسته‌های مخروطی‌ناقص را افزایش می‌دهد.

- تئوری‌های کلاسیک و لورد- شولمن نتایج متفاوتی را به خصوص در زمان اولیه ارائه می‌دهند که بر نیاز به استفاده از تئوری لورد- شولمن برای هدف تأکید می‌کند.

- افزایش کسر وزنی پلاکت‌های‌گرافنی دوره نوسانی را برای متغیرهای میدان مکانیکی کاهش می‌دهد.

- زاویه نیم‌راس بر روی جابجایی شعاعی نسبت به بقیه متغیرهای میدان مکانیکی تاثیر بیشتری دارد.

- افزایش نسبت طول به عرض پلاکت‌های‌گرافنی سبب افزایش سرعت موج حرارت پوسته می‌شود.

- افزایش نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی تاثیر چندانی بر توزیع دمای پوسته ندارد.

- افزایش نسبت عرض به ضخامت پلاکت‌های‌گرافنی سفتی پوسته را افزایش می‌دهد.

۵-۲. پیشنهادها

در ادامه تحقیق انجام‌شده در این پایان‌نامه، می‌توان مسائل دیگری را مورد بررسی قرار داد که از جمله می توان به موارد زیر اشاره نمود.

۱) بررسی ارتعاش آزاد پوسته‌های مخروطی ناقص دوار مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی با استفاده از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته

۲) بررسی کمانش پوسته‌های مخروطی ناقص مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بارگذاری مکانیکی

۳) بررسی رفتار ترموالاستیک مخازن استوانه‌ای مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی بر اساس تئوری سه‌بعدی الاستیسیته

۴) بررسی رفتار دینامیکی پوسته‌های مخروطی ناقص مدرج تابعی تقویت‌شده با پلاکت‌های‌گرافنی تحت بار متحرک حرارتی و مکانیکی

منابع

[۱] سیده زهرا مصلائی – نحلیل حرارتی – مکانیکی ارتعاشات پوسته های استوانه ای دوار ساخته شده از مواد هدفمند پیزوالکتریک – پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک – طراحی کاربردی – دانشگاه صنعتی سیرجان – ۱۳۹۵

[۲] یاسین حیدر پور – تحلیل ترمولاستیک پوسته های استوانه ای ساخته شده با موادهدفمند تحت اثر شار حرارتی متحرک – پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی –دانشگاه خلیج فارس بوشهر -۱۳۹۰

[۳] محمد صبح رویان – بررسی ارتعاش آزاد پوسته مخروطی ناقص بر اساس تئوری سه بعدی الاستیسیته – پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران – گرایش سازه – دانشگاه خلیج فارس بوشهر- ۱۳۸۹

[4] Lord, H. W., & Shulman, Y. (1967). A generalized dynamical theory of thermoelasticity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 15(5), 299-309.

[5] Bagri, A., and M. R. Eslami. "Generalized coupled thermoelasticity of disks based on the Lord–Shulman model." Journal of Thermal Stresses 27, no. 8 (2004): 691-704.

[6] Bagri, A., & Eslami, M. R. (2007). Analysis of thermoelastic waves in functionally graded hollow spheres based on the Green-Lindsay theory. Journal of Thermal Stresses, 30(12), 1175-1193.

[7] Hasheminejad, S. M., & Komeili, M. (2007). Dynamic response of a thick functionally graded material tube under a moving load. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 221(12), 1545-1554.

[8] Chen, J., Ding, H., & Chen, W. (2007). Three-dimensional analytical solution for a rotating disc of functionally graded materials with transverse isotropy. Archive of Applied Mechanics, 77(4), 241-251.

[9] Bagri, A., & Eslami, M. R. (2007). A unified generalized thermoelasticity; solution for cylinders and spheres. International Journal of Mechanical Sciences, 49(12), 1325-1335.

[10] Bahtui, A. and Eslami, M.R., 2007. Coupled thermoelasticity of functionally graded cylindrical shells. Mechanics Research Communications, *34*(1), pp.1-18.

[11] Santos, H., Soares, C. M. M., Soares, C. A. M., & Reddy, J. N. (2008). A semi-analytical finite element model for the analysis of cylindrical shells made of functionally graded materials under thermal shock. Composite Structures, 86(1-3), 10-21.

[12] Ghosh, M. K., & Kanoria, M. (2009). Analysis of thermoelastic response in a functionally graded spherically isotropic hollow sphere based on Green–Lindsay theory. Acta Mechanica, 207(1), 51-67.

[13] Jabbari, M., Mohazzab, A. H., & Bahtui, A. (2009). One-dimensional moving heat source in a hollow FGM cylinder. Journal of Pressure Vessel Technology, 131(2).

[14] Bayat, M., Saleem, M., Sahari, B. B., Hamouda, A. M. S., & Mahdi, E. (2009). Mechanical and thermal stresses in a functionally graded rotating disk with variable

thickness due to radially symmetry loads. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 86(6), 357-372.

[15] Peng, X. L., & Li, X. F. (2010). Thermoelastic analysis of a cylindrical vessel of functionally graded materials. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 87(5), 203-210.

[16] Khorshidvand, A. R., Khalili, S. M. R., & Branch, S. T. (2010). A new analytical solution for deformation and stresses in functionally graded rotating cylinder subjected to thermal and mechanical loads. In International Conference on Continuum Mechanics (5TH IASMEWSEAS) (pp. 201-204).

[17] Malekzadeh, P., & Heydarpour, Y. (2012). Response of functionally graded cylindrical shells under moving thermo-mechanical loads. Thin-walled structures, 58, 51-66.

[18] Heydarpour, Y., Malekzadeh, P., Golbahar Haghighi, M. R., & Vaghefi, M. (2012). Thermoelastic analysis of rotating laminated functionally graded cylindrical shells using layerwise differential quadrature method. Acta Mechanica, 223(1), 81-93.

[19] Malekzadeh, P., Heydarpour, Y., Haghighi, M. G., & Vaghefi, M. (2012). Transient response of rotating laminated functionally graded cylindrical shells in thermal environment. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 98, 43-56.

[20] Hosseini, S. M., & Abolbashari, M. H. (2012). Analytical solution for thermoelastic waves propagation analysis in thick hollow cylinder based on Green–Naghdi model of coupled thermoelasticity. Journal of Thermal Stresses, 35(4), 363-376.

[21] Darabseh, T., Yilmaz, N. and Bataineh, M., 2012. Transient thermoelasticity analysis of functionally graded thick hollow cylinder based on Green–Lindsay model. International Journal of Mechanics and Materials in Design, 8(3), pp.247-255.

[22] Khorshidvand, A.R. and Javadi, M., 2012. Deformation and Stresses Analysis in FG Rotating Hollow Disk and Cylinder Subjected to Thermal and Mechanical Load. In Applied Mechanics and Materials (Vol. 187, pp. 68-73). Trans Tech Publications Ltd.

[23] Nejad, M.Z. and Afshin, A., 2013. Thermoelastic transient response of rotating thick cylindrical shells under general boundary conditions. International Research Journal of Applied and Basic Sciences, 4(9), pp.2796-2809.

[24] Arefi, M., 2014. Generalized shear deformation theory for thermo elastic analyses of the functionally graded cylindrical shells. Structural Engineering and Mechanics, *50*(3), pp.403-417.

[25] Kouchakzadeh, M. A., & Entezari, A. (2015). Analytical solution of classic coupled thermoelasticity problem in a rotating disk. Journal of Thermal Stresses, 38(11), 1267-1289.

[26] Kiani, Y., & Eslami, M. R. (2016). Generalized thermoelasticity of rotating disk. International. Mechanics. Aerosp. Eng, 2, 23-29.

[27] Kiani, Y., & Eslami, M. R. (2017). A GDQ approach to thermally nonlinear generalized thermoelasticity of disks. Journal of Thermal Stresses, 40(1), 121-133.

[28] Mehditabar, A., Rahimi, G.H. and Tarahhomi, M.H., 2018. Thermo-elastic analysis of a functionally graded piezoelectric rotating hollow cylindrical shell subjected to dynamic loads. Mechanics of Advanced Materials and Structures, *25*(12), pp.1068-1079.

[29] Heydarpour, Y., Malekzadeh, P., & Gholipour, F. (2019). Thermoelastic analysis of FG-GPLRC spherical shells under thermo-mechanical loadings based on Lord-Shulman theory. Composites Part B: Engineering, 164, 400-424.

[30] Heydarpour, Y., & Malekzadeh, P. (2019). Thermoelastic analysis of multilayered FG spherical shells based on Lord–Shulman theory. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 43(1), 845-867.

[31] Arefi, M., Moghaddam, S. K., Bidgoli, E. M. R., Kiani, M., & Civalek, O. (2021). Analysis of graphene nanoplatelet reinforced cylindrical shell subjected to thermo-mechanical loads. Composite Structures, 255, 112924

[32] Zhao, J., Liang, P., Yang, R., Zhang, Y., Khadimallah, M.A. and Ebtekar, A., 2022. Thermoelastic wave propagation damping in a hollow FG-GPLRC cylinder with the spinning motion. Thin-Walled Structures, 177, p.109367.

[33] Zheng, L., Wu, Z., Wen, S. and Li, F., 2023. Thermoelastic damping in cylindrical shells with arbitrary boundaries. International Journal of Heat and Mass Transfer, 206, p.123948.

[34] Correia, I. P., Soares, C. M., Soares, C. M., & Herskovits, J. (2003). Analysis of laminated conical shell structures using higher order models. Composite Structures, 62(3-4), 383-390.

[35] Bhangale, R. K., Ganesan, N., & Padmanabhan, C. (2006). Linear thermoelastic buckling and free vibration behavior of functionally graded truncated conical shells. Journal of Sound and Vibration, 292(1-2), 341-371.

[36] Malekzadeh, P., Fiouz, A.R., Sobhrouyan, M. (2011). “Threedimensional free vibration of functionally graded truncatedconical shells subjected to thermal environment.” International Journal of Pressure Vessels and Piping,

doi:10.1016/j.ijpvp.2011.11.005.

[37] Setoodeh, A.R., Tahani, M. and Selahi, E., 2012. Transient dynamic and free vibration analysis of functionally graded truncated conical shells with non-uniform thickness subjected to mechanical shock loading. Composites Part B: Engineering, *43*(5), pp.2161-2171.

[38] Malekzadeh, P. and Heydarpour, Y., 2013. Free vibration analysis of rotating functionally graded truncated conical shells. Composite Structures, *97*, pp.176-188.

[39] Heydarpour, Y., Aghdam, M.M. and Malekzadeh, P., 2014. Free vibration analysis of rotating functionally graded carbon nanotube-reinforced composite truncated conical shells. Composite Structures, *117*, pp.187-200.

[40] Heydarpour, Y., Malekzadeh, P. and Aghdam, M.M., 2014. Free vibration of functionally graded truncated conical shells under internal pressure. Meccanica, *49*(2), pp.267-282.

[41] Malekzadeh, P. and Daraie, M., 2014. Dynamic analysis of functionally graded truncated conical shells subjected to asymmetric moving loads. Thin-Walled Structures, *84*, pp.1-13.

[42] Heydarpour, Y., & Aghdam, M. M. (2016). Transient analysis of rotating functionally graded truncated conical shells based on the Lord–Shulman model. Thin-Walled Structures, 104, 168-184.

[43] Jabbari, M., Nejad, M. Z., & Ghannad, M. (2016). Thermo-elastic analysis of axially functionally graded rotating thick truncated conical shells with varying thickness. Composites Part B: Engineering, 96, 20-34.

[44] Jooybar, N., Malekzadeh, P., Fiouz, A. and Vaghefi, M., 2016. Thermal effect on free vibration of functionally graded truncated conical shell panels. Thin-Walled Structures, *103*, pp.45-61.

[45] Sofiyev, A. H. (2016). Thermoelastic stability of freely supported functionally graded conical shells within the shear deformation theory. Composite Structures, 152, 74-84.

[46] Heydarpour, Y. and Aghdam, M.M., 2016. A novel hybrid Bézier based multi-step and differential quadrature method for analysis of rotating FG conical shells under thermal shock. Composites Part B: Engineering, *97*, pp.120-140.

[47] Sofiyev, A. H., Zerin, Z., & Kuruoglu, N. (2017). Thermoelastic buckling of FGM conical shells under non-linear temperature rise in the framework of the shear deformation theory. Composites Part B: Engineering, 108, 279-290.

[48] Nejati, M., Asanjarani, A., Dimitri, R. and Tornabene, F., 2017. Static and free vibration analysis of functionally graded conical shells reinforced by carbon nanotubes. International Journal of Mechanical Sciences, *130*, pp.383-398.

[49] Kiani, Y. (2019). Buckling of functionally graded graphene reinforced conical shells under external pressure in thermal environment. Composites Part B: Engineering, 156, 128-137.

[50] Taghizadeh, T., Nejad, M. Z., & Kashkoli, M. D. (2019). Thermo-Elastic Creep Analysis and Life Assessment of Thick Truncated Conical Shells with Variable Thickness. International Journal of Applied Mechanics, 11(09), 1950086.

[51] Shakouri, M., 2019. Free vibration analysis of functionally graded rotating conical shells in thermal environment. Composites Part B: Engineering, *163*, pp.574-584.

[52] Heydarpour, Y., Malekzadeh, P., Dimitri, R., & Tornabene, F. (2020). Thermoelastic analysis of rotating multilayer FG-GPLRC truncated conical shells based on a coupled TDQM-NURBS scheme. Composite Structures, 235, 111707.

[53] Heydarpour, Y., & Malekzadeh, P. (2021). Three-dimensional non-Fourier heat transfer analysis of multilayer functionally graded graphene platelets reinforced composite truncated conical shells. Heat Transfer Engineering, 42(15), 1303-1318.

[54] Babaei, M., Kiarasi, F., Asemi, K., Dimitri, R. and Tornabene, F., 2022. Transient thermal stresses in FG porous rotating truncated cones reinforced by graphene platelets. Applied Sciences, *12*(8), p.3932.

[55] Bagheri, H., Eslami, M.R. and Kiani, Y., 2023. Geometrically nonlinear response of FGM joined conical–conical shells subjected to thermal shock. Thin-Walled Structures, *182*, p.110171.

[56] Safarpour, M., Rahimi, A.R. and Alibeigloo, A., 2020. Static and free vibration analysis of graphene platelets reinforced composite truncated conical shell, cylindrical shell, and annular plate using theory of elasticity and DQM. Mechanics Based Design of Structures and Machines, *48*(4), pp.496-524.

[57] Dong, Y.H., Li, Y.H., Chen, D. and Yang, J., 2018. Vibration characteristics of functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite cylindrical shells with spinning motion. Composites Part B: Engineering, *145*, pp.1-13.

[58] Wang, Y., Feng, C., Zhao, Z., Lu, F. and Yang, J., 2018. Torsional buckling of graphene platelets (GPLs) reinforced functionally graded cylindrical shell with cutout. Composite Structures, *197*, pp.72-79.

[59] Liu, D., Kitipornchai, S., Chen, W. and Yang, J., 2018. Three-dimensional buckling and free vibration analyses of initially stressed functionally graded graphene reinforced composite cylindrical shell. Composite Structures, *189*, pp.560-569.

[60] Chu, K., Jia, C.C. and Li, W.S., 2012. Effective thermal conductivity of graphene-based composites. Applied Physics Letters, *101*(12), p.121916.

[61] Chu, K., Jia, C.C. and Li, W.S., 2012. Effective thermal conductivity of graphene-based composites. Applied Physics Letters, *101*(12), p.121916.

پیوست‌ها

پیوست الف- روش نیومارک

در مسائل زمانمند پارامترهای مجهول تابعی از زمان می باشند و برای حل معادلات از روش های عددی که بر اساس تفاضل محدود بنا شده‌اند استفاده می‌گردد. یکی از این روش‌ها که در این پژوهش از آن استفاده می نمائیم روش نیومارک می‌باشد [۴۲].

فرض می‌کنیم معادله زمانمند به صورت زیر می‌باشد.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad \text{(الف-۱)}$$

در معادله فوق ماتریس‌های جرم، ذخیره انرژی، سفتی و بردار نیرو معلوم می‌باشند و بردار $\{U\}$ بردار مجهولات است. بر اساس روش نیومارک مشتق زمانی یک متغیر را می‌توان به صورت زیر بیان نمود.

$$\{\dot{U}\}_{n+1} = \{\dot{U}\}_n + \left[(1-\delta)\{\ddot{U}\}_n + \delta\{\ddot{U}\}_{n+1}\right]\Delta t \quad \text{(الف-۲)}$$

$$\{U\}_{n+1} = \{U\}_n + \{\ddot{U}\}_n.\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\{\ddot{U}\}_n + \alpha\{\ddot{U}\}_{n+1}\right]\Delta t^2 \quad \text{(الف-۳)}$$

که در این معادلات، α و δ پارامتر های کنترل دقت و پایداری می‌باشند. همچنین انتخاب $\alpha = 0.25$ و $\delta = 0.5$ پایداری بدون شرط را برای مسائل خطی به همراه خواهد داشت.

با جایگذاری (۲) و (۳) در (۱) داریم:

$$[\widehat{M}]\{U\}_{n+1} = \{\hat{F}\}_{n,n+1} \quad \text{(الف-۴)}$$

ماتریس $[\widehat{M}]$ و بردار $\{\hat{F}\}_{n,n+1}$ به ترتیب سفتی‌موثر و بردار نیروی‌موثر می‌باشند که به صورت زیر بدست خواهند آمد:

$$[\widehat{M}] = [M] + a_0[k] + a_1[C] \quad \text{(الف-۵)}$$

$$\{\hat{F}\}_{n,n+1} = \{F\}_{n+1} + [M](a_0\{U\}_n + a_2\{\dot{U}\}_n + a_3\{\ddot{U}\}_n) + [C](a_1\{U\}_n + a_4\{\dot{U}\}_n + a_5\{\ddot{U}\}_n) \quad \text{(الف-۶)}$$

در روش نیومارک تغییرات شتاب در بازه‌های زمانی متوالی تقریب زده می‌شود. الگوریتم این روش به صورت زیر است.

۱) تعیین شرایط اولیه

۲) تعیین مقدار مناسب برای ضرایب α، δ و گام زمانی Δt و همچنین محاسبه‌ی ضرایب زیر.

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}\ , a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}\ , a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}\ , a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1, a_5 = \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right), a_6 = \Delta t(1-\delta), a_7 = \delta \Delta t$$ (الف-۷)

۳) بدست آوردن عبارت سفتی موثر

۴) برای هر گام زمانی به دست آوردن نیروی موثر بر حسب مقادیر آن در زمان قبلی

۵) با استفاده از رابطه ی زیر بردار جابجایی را در زمان‌های بعدی بدست می‌آوریم.

$$\{U\}_{n+1} = \frac{\{\hat{F}\}_{n,n+1}}{\{\hat{M}\}}$$ (الف-۸)

۶) با استفاده از روابط زیر مقادیر سرعت و شتاب در زمانهای بعدی محاسبه خواهد شد.

$$\{\ddot{U}\}_{n+1} = a_0(\{U\}_{n+1} - \{U\}_n) - a_2\{\dot{U}\}_n - a_3\{\ddot{U}\}_n$$ (الف-۹)

$$\{\dot{U}\}_{n+1} = \{\dot{U}\}_n + a_6\{\ddot{U}\}_n + a_7\{\ddot{U}\}_{n+1}$$ (الف-۱۰)

با بازگشت به گام۴، مسئله برای گام‌های زمانی بعدی حل خواهد شد.

Abstract

Thermoelastic analysis of FG-GPLRC truncated conical shells under thermo-mechanical loading based on Lord-shulman Theory

BY

BAHRAM REZAEI

Background: In this thesis, thermoelastic analysis of FG-GPLRC truncated conical shells under thermo-mechanical shock loading based on Lord-Shulman theory is investigated. Due to layer-by-layer changes in material properties, multilayered truncated conical shells have been decomposed into a set of coaxial nanocomposite shells. temperature distribution, displacement components, mechanical and thermal stresses have been investigared. in The first step, governing equations and related boundary conditions and compatibility, which include the effects of thermal and mechanical stresses, have been derived using the Lord-Shulman energy balance equations and the equations of motion. Then, in order to discretize the governing equations and related boundary conditions and compatibility, the efficient and accurate differential quadrature method in the space dimension and the Newmark method in the time dimension have been used. The effective elastic properties of the shell have been obtained using the modified Halpin-Tsai micromechanical model. the rule of mixtures has been used to obtain other material properties. Except one things (investigation of classical boundary condition), clamped boundary conditions are considered on the lower and upper surfaces. The rapid validation of this method for the thermoelastic analysis of FG-GPLRC truncated conical shells has been numerically demonstrated. At the end of the study, the effect of different patterns of graphene platelet distribution and aspect ratio, as well as the effect of geometry parameters on the thermo-elastic response of the shell is investigated. Also It was shown that the addition of a small amount of graphene platelets in the polymer field significantly increases the heat wave speed and reduce the radial displacements.

Keywords: Truncated conical shells, Thermoelastic, Thermo-mechanical loading functionally graded-Graphene platelets, Lord-shulman Theory

IN THE NAME OF GOD

Thermoelastic analysis of FG-GPLRC truncated conical shells under thermo-mechanical loading based on Lord-shulman Theory

By

Bahram Rezaei

Thesis

Submitted to the School of Graduate Student in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science (M.Sc(.

In

Mechanical engineering, applied design

Persian Gulf University

Bushehr

Islamic Republic of Iran

Evaluated and Approved by the Thesis Committee as:

☐ Excellent, ☐ Very Good, ☐ Good, ☐ Acceptable

Dr. Yasin Heidarpour Dr. Seyed Ehsan Habibi	Asst. Prof. Asst. Prof.	Mechanical Engineering	Supervisor
Dr. Parviz Malekzadeh	Professor.	Mechanical Engineering	Advisor
Dr. Saeidreza Mohebpour	Assc. Prof.	Mechanical Engineering	Referee
Dr. Mohammadreza Golbaharhaghighi	Assc. Prof.	Mechanical Engineering	Referee

May 2023

Persian Gulf University

Faculty of Engineering

M.Sc. Thesis in
Mechanical engineering, applied design

Thermoelastic analysis of FG-GPLRC truncated conical shells under thermo-mechanical loading based on Lord-shulman Theory

By

Bahram Rezaei

Supervised by

Dr. Yasin Heidarpour

Dr. Seyed Ehsan Habibi

Asvised by

Dr.Parviz Malekzadeh

May 2023